Semaine des mathématiques 2020-2021 du 15 au 19 mars

Mathématiques et société

Cycle 3

Principe

Un défi est proposé chaque jour, il a été décliné en deux niveaux de difficulté. Ce choix dépend davantage du contexte que du niveau de classe, mais certains défis de niveau 2 nécessitent des compétences de CM2. L'idée n'est pas ici d'enseigner une procédure efficace voire experte mais de permettre à chaque élève de développer une solution personnelle s'appuyant sur des procédures mathématiques enseignées au cycle 3.

Découvrir des ressources et mobiliser des compétences au cœur des mathématiques

La Mission Mathématique a souhaité faire découvrir, à travers ces 4 défis, des compétitions qui offrent des problèmes de qualité, accessibles dans les archives de chacune d'elles :

- Mathématiques sans frontière junior http://maths-msf.site.ac-strasbourg.fr/MSF_junior/Epreuves.htm ;
- Rallye IREM Paris nord http://www-irem.univ-paris13.fr/site_spip/spip.php?rubrique32 ;
- Championnat de la Fédération Française des Jeux Mathématiques https://www.ffjm.org/index.php?option=com_content&task=view&id=46&Itemid=28 .

Ces ressources sont des moyens pertinents et calibrés de mobiliser les 6 compétences spécifiques aux mathématiques mises en relief dans les programmes : calculer, modéliser, représenter, chercher, raisonner, communiquer.

Résolution de problèmes dit de recherche, de transfert ou atypiques :

Difficultés rencontrées et pistes pour remédier

→ **Se représenter le problème, entamer une stratégie de résolution** : donner du sens à la situation, comprendre « l'histoire racontée par l'énoncé ».
- ⇨ Reformuler, théâtraliser, utiliser des documents permettant de comprendre le contexte.
- ⇨ Manipuler sans aller jusqu'au bout, dessiner, schématiser
- ⇨ Demander aux élèves de poser des questions, les noter au fur et à mesure. Faire une pause méthodologique : demander aux élèves s'ils peuvent répondre et comment ils obtiennent leur réponse sans donner aucune indication ;
- ⇨ Possibilité de préparer un QCM auquel les élèves doivent répondre.

→ **Chercher une stratégie de résolution efficiente, modéliser le problème** : convoquer les bons outils mathématiques, les rendre opérationnels dans la situation pour développer une procédure efficace.
- ⇨ Attention aux aides classiques parfois contreproductives : comprendre le schéma du maître et le lien avec la situation est souvent une tâche surajoutée !
- ⇨ Valoriser l'écrit personnel de recherche
- ⇨ Permettre dans certains cas (élèves en difficulté) la résolution du problème par manipulation. **Point de vigilance** : La manipulation relève de la représentation du problème ; elle ne devrait pas constituer une procédure de résolution, mais elle peut être gardée (ou reprise) pour confirmer la solution trouvée dans le champ mathématique.
- ⇨ Mêmes procédés que pour se représenter la situation, avec des questionnaires plus orientés vers les outils mathématiques.
- ⇨ Le fait d'expliciter les outils mathématiques mobilisables pour la résolution permet de relancer l'activité : les élèves qui ne les avaient pas mobilisés peuvent ensuite chercher à les rendre opérationnels en situation. **Point de vigilance** : cette explicitation doit être la plus légère et moins intrusive possible, et si possible évitée. Plus l'élève réussit seul la résolution du problème, et plus cette activité est profitable pour lui.

→ **Produire une solution sensée puis exacte** : mettre en œuvre une procédure et vérifier la validité de la réponse obtenue. Le cas échéant, accepter de modifier sa procédure si on constate que la première ne mène pas à un résultat cohérent. Le travail collaboratif (groupe après résolution individuelle) et le conflit sociocognitif (présentation de sa démarche à la classe) sont souvent efficaces.

→ **Communiquer**

⇨ Une des façons d'arriver à faire progresser les élèves est de leur demander de réécrire une solution après la mise en commun des résultats et des démarches.

Quelques pistes générales pour la mise en œuvre :

→ Un temps de recherche individuelle au début est à privilégier pour que les élèves s'approprient le problème, construisent des procédures personnelles pour les partager.

→ **Laisser les élèves chercher**. L'enseignant doit minimiser ses interventions dans la phase de recherche, garder une posture de questionnement : « *Es-tu sûr ? As-tu vérifié ?* » Favorisez des attitudes de questionnement et de retours au texte. L'équilibre est à trouver entre échanges de procédures, relance de l'activité (le niveau 1 est souvent une bonne activité de relance pour le niveau 2) et posture de spécialiste de la démarche plutôt que détenteur du résultat. Les élèves seront ainsi le plus souvent possible en situation de recherche pour parvenir à construire une solution personnelle.

➔ Se lancer, émettre puis tester une hypothèse, estimer une solution puis réajuster : cela s'apprend, notamment avec des techniques à développer, dont font partie la relecture, la vérification, l'utilisation de raisonnement sur des données ou une situation simplifiée.

→ **S'appuyer sur les productions d'élèves** pour, dans le cadre d'un débat argumenté (pauses méthodologiques et mises en commun), se représenter la situation, repérer des procédures et des démarches efficaces, même partiellement, de raisonnement et de justification. L'identification et le traitement des erreurs ne sont pas le but premier de ces défis. En revanche, ils sont d'excellents moyens de repérer les compétences à travailler en activités décrochées, en proposant par exemple de relire et corriger (ou non) des productions des élèves lors de cette situation.

VALIDATION DES DEFIS

Comme les années précédentes, une fois les défis validés par la classe et l'enseignant (e), il est proposé aux élèves de se rendre sur le site de la mission mathématique 67 pour obtenir une partie d'un élément à découvrir.

A la fin de la semaine, ils pourront découvrir un message du Professeur Thomath en entrant les 4 parties obtenues. Cette année, il s'agit d'une expression célèbre. *(Code à entrer en majuscule, sans espace, la ponctuation fait partie de l'expression → EUREKA!!)*

http://cpd67.site.ac-strasbourg.fr/maths/

→ En cliquant sur le Professeur Thomath à droite, la page de validation des défis s'ouvre :

http://cpd67.site.ac-strasbourg.fr/maths/?page_id=417

Défi 1 : Logique - Organisation et gestion des données

Source :

D'après Rallye 2002, IREM Paris-Nord, épreuve n°9 – Patinage http://www-irem.univ-paris13.fr/site_spip/IMG/pdf/rallye_2002_complet.pdf

FFJM : https://www.ffjm.org/index.php?option=com_content&task=blogcategory&id=5&Itemid=28

Références aux programmes et au socle commun de connaissances, compétences et culture :

Organisation et gestion de données (Nombres et calculs)

- ✓ Construire des représentations de données : tableaux (en deux ou plusieurs colonnes, à double entrée) .

Compétences :

- ✓ **Chercher** : Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution du problème à partir de supports variés. S'engager dans une démarche, observer, émettre des hypothèses. Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.
- ✓ **Modéliser** : utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne.
- ✓ **Raisonner** : Résoudre des problèmes nécessitant la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement. Rechercher la validité des informations dont on dispose.
- ✓ **Communiquer** : Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

Solutions et démarches :

Les défis des deux niveaux sont des problèmes de logique, non arithmétiques. Ce sont des situations classiques que l'on retrouve dans des magazines de jeux.

Les énigmes des 2 niveaux font référence à :

- **Mileva Einstein (1875-1948)** : physicienne serbe ayant contribué aux premiers travaux de son époux d'Albert Einstein ;

- **Emmy Noether (1882 – 1935)** : mathématicienne allemande, dont l'importance de ses travaux est reconnue par de grands scientifiques de son époque comme Albert Einstein.

- **Marie Curie (1867 – 1934) :** chimiste et physicienne polonaise naturalisée française, elle est la seule femme à avoir reçu deux prix Nobel. Elle a travaillé notamment sur la radioactivité.

- **Madeleine Brès (1842 – 1921)** : première femme française à accéder aux études de médecine en 1868. L'accès aux concours de médecine lui étant refusé, elle devient la 1ère femme française à obtenir un doctorat en médecine.

Niveau 1

Solution :

Mileva	Marie	Madeleine	Emmy
Physicienne Physikerin	Chimiste Chemikerin	Médecin Ärztin	Mathématicienne Mathematikerin

➔ **Mot à entrer sur le site des défis (en majuscules) : MEDECIN ou ARZTIN pour la version bilingue (la profession de Madeleine)**

Procédure possible

Le tableau suivant peut être une aide pour résoudre cette énigme.

	Mathématicienne	Physicienne	Médecin	Chimiste
Milena				
Marie				
Madeleine				
Emmy				

Il fonctionne de la manière suivante :

- Mettre une croix lorsque l'association est impossible ;
- Colorier la caser lorsque l'association convient ;
- Dans chaque ligne, chaque colonne, il n'y a qu'une case coloriée.

Remarque : à la manière du sudoku

- Dès lors qu'une case est coloriée, il est certain que toutes les autres cases de la même ligne (de la même colonne) ne comportent que des croix.
- Lorsqu'une ligne (une colonne) comporte 3 croix, la dernière case doit être coloriée

La phrase **La chimiste dit : "Je connaissais déjà Emmy mais pas Mileva"** permet de remplir de la façon suivante :

	Mathématicienne	Physicienne	Médecin	Chimiste
Milena				X
Marie				
Madeleine				
Emmy				X

La phrase **Le médecin dit : "Je ne connaissais pas Emmy, mais je connaissais Marie."** permet de remplir de la façon suivante :

	Mathématicienne	Physicienne	Médecin	Chimiste
Milena				X
Marie			X	
Madeleine				
Emmy			X	X

La phrase **Mileva dit : "Je connaissais déjà Emmy et ma spécialité ne commence pas un *m*."** ou **Mileva sagt: "Ich kannte Emmy bereits, und ich bin weder Mathematikerin noch Ärztin."** permet de remplir de la façon suivante :

	Mathématicienne	Physicienne	Médecin	Chimiste
Milena	X		X	X
Marie			X	
Madeleine				
Emmy			X	X

On termine de remplir à la manière d'un sudoku, un exemple :

	Mathématicienne	Physicienne	Médecin	Chimiste
Milena	X		X	X
Marie			X	
Madeleine				
Emmy			X	X

	Mathématicienne	Physicienne	Médecin	Chimiste
Milena	X		X	X
Marie		X	X	
Madeleine		X		
Emmy		X	X	X

	Mathématicienne	Physicienne	Médecin	Chimiste
Milena	X		X	X
Marie		X	X	
Madeleine		X		
Emmy		X	X	X

	Mathématicienne	Physicienne	Médecin	Chimiste
Milena	X		X	X
Marie	X	X	X	
Madeleine	X	X		
Emmy		X	X	X

	Mathématicienne	Physicienne	Médecin	Chimiste
Milena	X		X	X
Marie	X	X	X	
Madeleine	X	X		
Emmy		X	X	X

	Mathématicienne	Physicienne	Médecin	Chimiste
Milena	X		X	X
Marie	X	X	X	
Madeleine	X	X		X
Emmy		X	X	X

Ainsi

Mileva	Marie	Madeleine	Emmy
Physicienne	Chimiste	Médecin	Mathématicienne

Niveau 2

Solution :

Prénom	Emmy	Marie	Madeleine	Mileva
Nationalité	Allemande	Polonaise	Française	Serbe
Métier	Mathématicienne	Chimiste	Médecin	Physicienne
Ordre	2e	1ère	3e	4e

C'est Miléva la physicienne et c'est Marie qui est arrivée la 1ère.

➔ Mot à entrer sur le site des défis (en majuscules) : MILEVA (prénom de la physicienne).

Procédures possibles

Il y a plusieurs manières d'aborder cette énigme.

Il est présenté ici une résolution à la manière d'un puzzle

L'idée est d'obtenir à la fin l'ensemble des informations dans ce tableau pré défini.

Prénom				
Nationalité				
Métier				
Ordre				

On fabrique « les pièces » en respectant l'ordre proposé par le tableau.

Emmy
Allemande

Marie
Polonaise
Chimiste

Française
Médecin

Serbe
4e

Madeleine
3e

Mathématicienne
2e

Puis l'idée est ensuite de constituer des blocs qui seront ensuite mis dans le tableau à la manière d'un puzzle.

Prénom	Emmy	Marie		
Nationalité	Allemande	Polonaise	Française	Serbe
Métier		Chimiste	Médecin	
Ordre				4e

On voit qu'il n'y a qu'une possibilité pour placer ces deux derniers blocs :

Prénom	Emmy	Marie	Madeleine	
Nationalité	Allemande	Polonaise	Française	Serbe
Métier	Mathématicienne	Chimiste	Médecin	
Ordre	2e		3e	4e

Les informations du texte (question comprise) donnent le dernier prénom et le dernier métier qui peuvent maintenant y être inscrits :

Prénom	Emmy	Marie	Madeleine	Mileva
Nationalité	Allemande	Polonaise	Française	Serbe
Métier	Mathématicienne	Chimiste	Médecin	Physicienne
Ordre	2e		3e	4e

L'ordre d'arrivée étant donné pour 3 personnes, on détermine le dernier :

Prénom	Emmy	Marie	Madeleine	Mileva
Nationalité	Allemande	Polonaise	Française	Serbe
Métier	Mathématicienne	Chimiste	Médecin	Physicienne
Ordre	2e	1ère	3e	4e

<u>Difficultés attendues pour les deux niveaux</u>

- Aucune proposition de présentation n'est proposée. L'organisation des informations peut être une difficulté si ce type de problèmes n'a jamais été rencontré auparavant.
- De plus, les données étant toutes reliées entre elles, une erreur d'interprétation conduit à des erreurs multiples dans la résolution, et à des incohérences entre les informations restantes.

- Enfin, les élèves doivent comprendre la relation entre les informations et en déduire l'implicite : si une information est confirmée pour une personne, alors elle ne peut pas l'être pour les autres. Ils peuvent alors éliminer une option pour les autres personnes.

Prolongements possibles

Proposer d'autres problèmes du même type :

- **FFJM**

  Aurore, Béatrice, Claire et Dany discutent.

  L'une porte des mocassins, une autre des ballerines, une troisième des sandales et la dernière des tennis.

  Celle qui porte des ballerines dit : "J'aime beaucoup Aurore mais pas du tout Dany."

  Celle qui est en sandales dit : "Je n'aime pas Aurore, mais je suis très amie

  avec Claire."

  Dany dit: "J'aime bien Aurore et je ne porte jamais de mocassins."

  Quel type de chaussures porte chaque jeune fille ?

- **Mathématiques sans frontières junior, épreuve de découverte 2005 – épreuve 8 : Qui est qui ?** http://maths-msf.site.ac-strasbourg.fr/spip/spip.php?article45

Qui est qui ?

Anne, Brigitte, Claire et Denise sont 4 amies.
Leurs professions sont : vendeuse, institutrice, infirmière et coiffeuse.
Anne et Claire vont souvent prendre le thé chez l'institutrice.
La coiffeuse et la vendeuse aiment bien de temps en temps préparer des gâteaux avec Brigitte et Claire.
Ce matin Claire a rencontré Anne chez leur amie coiffeuse.

Quelle est la profession de chacune ?

- **Rallye 2002, IREM Paris-Nord, épreuve n°9 – Patinage** http://www-irem.univ-paris13.fr/site_spip/IMG/pdf/rallye_2002_complet.pdf

EPREUVE 9 : Patinage (5 points)

Au Grand Prix Européen des Roller-Girls, la victoire s'est jouée entre Fatima, Glawdys, Meena et Paula, toutes les quatre de nationalités différentes.

- Il y a une allemande, une anglaise, Glawdys la française et Paula l'italienne,
- L'anglaise porte un maillot bleu et Paula un maillot blanc,
- L'allemande a terminé quatrième et Meena troisième.
- Celle qui s'est classée deuxième porte un maillot vert.

Qui porte un maillot rouge ? Qui a gagné ?

Défi 2 : Cryptographie - Codage

Sources :
Rallye 2017, IREM Paris-Nord, épreuve n°10 – Le message codé http://www-irem.univ-paris13.fr/site_spip/IMG/pdf/archive_rallye2017.pdf
Rallye 2000, IREM Paris-Nord, épreuve n°2 – Avec des lettres http://www-irem.univ-paris13.fr/site_spip/IMG/pdf/rallye_2000_complet.pdf

Références aux programmes et au socle commun de connaissances, compétences et culture :

Espace et géométrie :

- ✓ Accomplir, décrire et coder des déplacements.

Nombres et calculs : organisation et gestion de données

- ✓ Lire ou construire des représentations de données (cryptogramme).
- ✓ Organiser des données issues d'autres enseignements en vue de les traiter.

Compétences :

- ✓ **Chercher** : Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution du problème à partir de supports variés. S'engager dans une démarche, observer, émettre des hypothèses. Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.
- ✓ **Modéliser** : utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne.
- ✓ **Raisonner** : Résoudre des problèmes nécessitant la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement. Rechercher la validité des informations dont on dispose.
- ✓ **Communiquer** : Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

Version bilingue : pour ce défi, il n'est pas proposé de version bilingue. Les lettres et les mots choisis en français ne permettaient pas de retrouver les mots allemands correspondants.

Solutions et démarches :

Niveau 1

Pour résoudre ce problème, les élèves doivent comprendre l'algorithme de décryptage : déterminer le sens de rotation et repartir de la nouvelle lettre trouvée.

Solution :

CLAUDIE **HAIGNERE** **PREMIERE**

C. 17. 11. 6. 17.21. 4. **H. 7.18.2.19.9.13.13.** **P. 24. 13. 18. 4. 4. 13. 13.**

SPATIONAUTE **FRANÇAISE**

S. 3. 15. 7. 11.20. 1. 13. 6. 1. 15. **F. 14. 17.13. 11. 2. 18. 16. 14.**

➔ Mot à entrer sur le site des défis (en majuscules) : EGERIE

Procédure possible

Pour déterminer le sens de rotation du cadran, il faut partir de l'exemple et vérifier que l'on trouve bien les lettres du mot LUNE dans l'ordre.

Il n'y a pas d'autres procédures attendues dans la mesure où la procédure de décryptage est donnée.

Cependant, certains élèves pourront repérer des relations directes entre les lettres.
Par exemple, dans la mesure où il y a 26 lettres, le cryptage 13 permet de trouver la lettre diamétralement opposée. Ils pourront alors poursuivre le comptage à partir de 13.
Et au-dessus de 13, on peut remplacer le comptage dans le sens anti-horaire par le complément à 26 dans le sens horaire : par exemple, au lieu de tourner de 19 vers la gauche, tourner de 7 dans l'autre sens.
On développe ces stratégies au fur et à mesure du jeu.
Elles ne sont surtout pas à donner aux élèves, mais elles sont à relever, et à valoriser lors de la synthèse comme des preuves d'apprentissage et d'adaptation.

Difficultés attendues

→ Les élèves ne comprennent pas la procédure présentée.

→ Ils ont des difficultés à identifier le sens de rotation.

→ Ils ne partent pas de la nouvelle lettre trouvée mais reviennent à l'initiale du mot.

→ Le comptage des crans entre deux lettres nécessite de la rigueur et de la concentration ; des erreurs peuvent être fréquentes.

→ La gestion des informations dans le codage : repérer le nombre de crans correspondant à la nouvelle lettre au fur et à mesure du décodage.

Aide à la validation ou à la compréhension de la situation : possibilité de construire un cadran manipulable avec une attache parisienne pour permettre la rotation de l'aiguille.

Prolongement possible

→ Crypter des mots en utilisant la méthode proposée.

Niveau 2

Pour résoudre ce problème, les élèves doivent décrypter l'alphabet de départ à partir des 8 premiers mois de l'année puis décoder « Astronaute ». Ils doivent en déduire la nationalité de Sally Ride (texte d'aide).

⌘ A	♣ E	✱ F	☔ I	🐈 J	✈ L	♬ M	✋ N
♥ O	♠ R	🚲 S	☺ T	⊗ U	◇ V		

Solution

Le mot codé étant ASTRONAUTE, Sally Ride est américaine.

➔ Mot à entrer sur le site des défis (en majuscules) : AMERICAINE

Procédures possibles

Pour déterminer de quel mois il s'agit, on peut :

- comparer la longueur des mots/ le nombre de lettres ;
- identifier les initiales communes : janvier, juin, juillet – mars, mai - avril, août → février est le mois restant.
    - ➔ Repérage du code correspondant à ces lettres.
    - ➔ Remplacement des lettres dans les autres mots et déduction des lettres manquantes.

Difficultés attendues

→ Erreur d'association code – lettre.

→ Identifier la nationalité à partir du mot décodé (→ problème de lecture).

Prolongement possible

→ Créer un message codé à faire décrypter en utilisant l'outil numérique (police de caractères spéciaux).

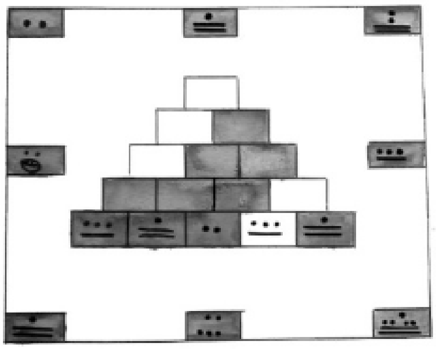
→ Proposer un autre problème de décodage :

Mathématiques sans frontières junior, Finale 2013 http://maths-msf.site.ac-strasbourg.fr/spip/spip.php?article993

MSF JU 2013

Voir annexe

Epreuve 3 : Maya, la paye



L'archéologue Pepito Jones cherche un trésor dans un temple maya.
Il découvre ces gravures en partie effacées sur un mur :

Après de longues recherches, il découvre que sur toutes les pierres effacées était dessiné l'un de ces trois symboles :

, ou .

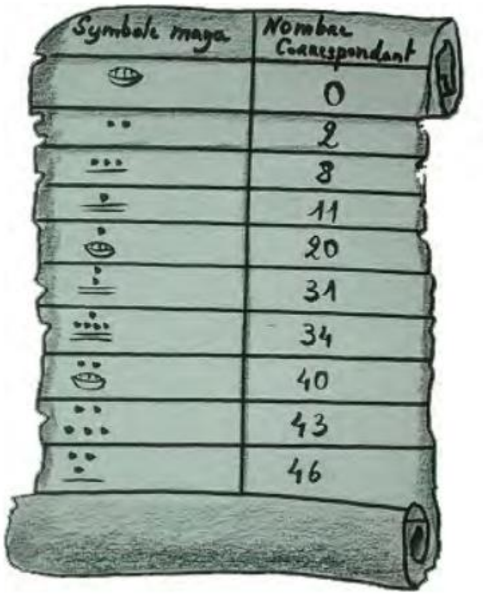
Il sait que deux pierres qui se touchent ne portent pas le même symbole.
Pour accéder au trésor, il faut appuyer sur la pierre portant le nombre sacré des mayas.
Ce nombre s'obtient en additionnant les valeurs inscrites sur les pierres blanches (utilise l'annexe).

Entoure la pierre sur laquelle Pepito doit appuyer pour accéder au trésor.

Annexes :

MSF JU 2013

Pour l'épreuve 3 :



Défi 3 : Géométrie et proportionnalité

Sources :

Défi niveau 1 : Mathématiques sans Frontières, épreuve 2, découverte 2019. *http://maths-msf.site.ac-strasbourg.fr/spip/spip.php?article1094*
Défi niveau 2 : à partir du site *https://leprofdemathsinfo.wordpress.com/tag/thales-et-la-pyramide-de-kheops/*

Références aux programmes et au socle commun de connaissances, compétences et culture :

Nombres et calculs :
- ✓ Calculer avec les nombres décimaux.
- ✓ Résoudre des problèmes en utilisant les nombres décimaux.
- ✓ Résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant une procédure adaptée (propriétés de linéarité).

Grandeurs et mesures :
- ✓ Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs en utilisant des nombres décimaux.
- ✓ Résoudre des problèmes de proportionnalité entre deux grandeurs.

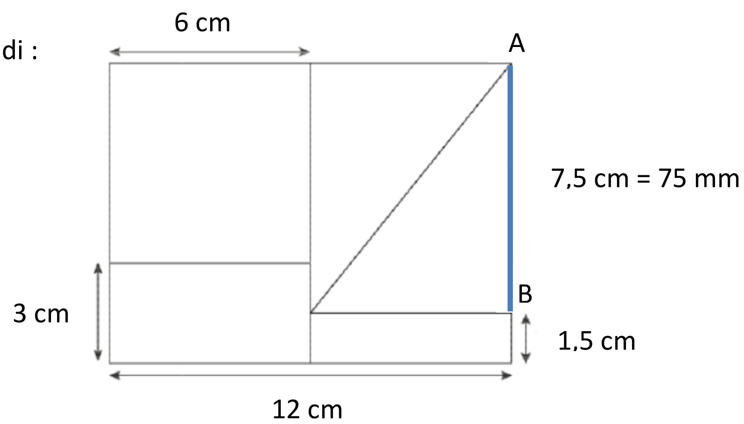
Espace et géométrie :
- ✓ Utiliser quelques relations géométriques : Proportionnalité en géométrie ; agrandissement et réduction d'une figure.

Compétences :
- ✓ **Chercher** : Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution du problème à partir de supports variés. S'engager dans une démarche, observer, émettre des hypothèses. Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.
- ✓ **Modéliser** : utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne.
- ✓ **Raisonner** : Résoudre un problème nécessitant l'organisation de données multiples et la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement.
- ✓ **Communiquer** : Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

Solutions et démarches :

Niveau 1
Les élèves sont amenés à tracer l'agrandissement d'un puzzle. Pour résoudre ce problème, les élèves pourront utiliser plusieurs procédures de résolution : soit une procédure utilisant les propriétés de linéarité (additive et multiplicative ; dont le passage à l'unité), soit utiliser le coefficient de proportionnalité.

Solution
Dimensions du puzzle agrandi :



➔ **Nombre à entrer sur le site des défis : 75** (mm → mesure du segment AB)

Procédures possibles

- ✓ Linéarité.

Procédure mixte

Sur le puzzle de départ, 2 cm est la moitié de 4 cm, son agrandissement sera la moitié de celui de 4 cm, la moitié de 6 cm ; donc 3cm.

Le segment de 8 cm est le double de celui de 4 cm, son agrandissement sera par conséquent le double de 6 cm, donc 12 cm.

1 cm est la moitié de 2 cm, son agrandissement sera la moitié de 3 cm, donc 1,5 cm.

Le côté AB mesure 5 cm sur le puzzle de départ : 4 cm + 2 cm – 1 cm = 5 cm. Son agrandissement correspond à celui de 4 cm plus celui de 1 cm : 6 cm + 1,5 cm = 7,5 cm

Ou à celui de 4 cm plus celui de 2 cm moins celui de 1cm : 6 cm + 3 cm – 1,5 cm = 7,5 cm.

Mesures des côtés du puzzle de départ (en cm)	4	2	8	1	5
Mesures des côtés du puzzle agrandi (en cm)	6	3	12	1,5	7,5

Passage à l'unité *(utilisation de la linéarité multiplicative – rapport interne entre des grandeurs relatives au même puzzle)*

1 cm est 4 fois plus petit que 4 cm, son agrandissement sera 4 fois plus petit que 6 cm : 6 cm ÷ 4 = 1,5 cm.

2 cm est le double de 1 cm, son agrandissement sera le double de celui de 1 cm : 1,5 cm × 2 = 3 cm.

8 cm est 8 fois plus grand que 1 cm. Son agrandissement sera 8 fois plus grand que 1,5 cm : 1,5 cm × 8 = 12 cm.

Mesures des côtés du puzzle de départ (en cm)	4	1	2	8	5
Mesures des côtés du puzzle agrandi (en cm)	6	1,5	3	12	7,5

- ✓ Coefficient de proportionnalité *(rapport externe entre des grandeurs d'un puzzle à l'autre)*

Pour passer de 4 cm à 6 cm, on multiplie la mesure par 1,5 : 4 cm × **1,5** = 6 cm

Il suffit alors de multiplier toutes les mesures du 1er puzzle par 1,5.

Mesures des côtés du puzzle de départ (en cm)	4	2	8	1	5
Mesures des côtés du puzzle agrandi (en cm)	6	3	12	1,5	7,5

× 1,5

→ Parmi toutes ces procédures, étant donné les connaissances en jeu, celle qui permet des calculs plus aisés (mentalement) est la **procédure mixte**. Le passage à l'unité et le coefficient de proportionnalité sont plus coûteux en raison de la multiplication par un nombre décimal.

→ La mesure du segment AB sur le puzzle agrandi peut être calculée ou mesurée après le tracé du puzzle.

Difficultés attendues

- L'implicite de la consigne : l'information de transformation n'est donnée que sur une des mesures. Les élèves doivent inférer que toutes les autres mesures du puzzle subissent la même transformation.
- La non reconnaissance d'une situation de proportionnalité : certains élèves vont ajouter 2 cm à toutes les valeurs parce que pour passer de 4 cm à 6 cm, ils ajoutent 2 cm. Ils y voient une situation additive et non multiplicative.
- Les difficultés de calcul : $\times$ 1,5 cm ou $\times$ 1,5 si le choix de la procédure est soit le passage à l'unité, soit le coefficient de proportionnalité.
- La déduction de la mesure du segment AB (pas d'indication sur la figure de départ).
- Une approximation de la valeur de AB si elle est mesurée sur la figure tracée, en raison de la précision du tracé.

Niveau 2

Les élèves sont amenés à trouver la hauteur de la pyramide de Kheops en ayant recours à un raisonnement proche de celui de Thalès. Pour résoudre ce problème, les élèves vont devoir identifier les grandeurs proportionnelles et utiliser une procédure de résolution : la linéarité.

Solution

La hauteur de la Pyramide est 144 mètres.

➔ **Nombre à entrer sur le site des défis : 144** (m → hauteur de la pyramide)

Pour information, la hauteur initiale de la pyramide de Kheops (construite vers 2 560 av. J.-C.) est estimée à 146 m environ, actuellement elle est de 137 m. Les données de l'énoncé ont été adaptées afin de simplifier la résolution du problème.

Procédures possibles

Linéarité (procédure privilégiée) : Pour atteindre la longueur de l'ombre de la pyramide, il faut 80 longueurs d'ombre du disciple ($80 \times 3{,}50 = 280$). La hauteur de la pyramide est donc 80 fois plus grande que la taille du disciple. On obtient donc :

$80 \times 1{,}80 = 144$

La hauteur de la pyramide est 144 m.

Les élèves pourront arriver à ce résultat en procédant par étapes : (exemple de raisonnement)

Trouver le rapport entre la longueur de l'ombre du disciple (3,50 m) et celle de la pyramide (280m).

$3{,}50\ m \times \mathbf{2} = 7\ m\ ; 7\ m \times \mathbf{4} = 28\ m\ et\ 28\ m \times \mathbf{10} = 280\ m$

$2 \times 4 \times 10 = \mathbf{80}$

La longueur de l'ombre de la pyramide est 80 fois plus grande que la longueur de l'ombre du disciple.

Ce rapport doit être le même entre la hauteur réelle de la pyramide et la taille du disciple :

$1{,}80\ m \times 10 = 18\ m\ ; 18\ m \times 8 = \mathbf{144m}$

Trouver un ordre de grandeur (procédure non privilégiée, mais elle permet de trouver un ordre de grandeur) : Il est peut-être possible que des élèves aient recours à des valeurs approchées et qu'ils fassent une résolution ressemblant à ce qui suit :

hauteur (en m)	1,80	$280 \div 2 = 140$
Taille ombre (en m)	3,50	**280**

X 2 environ

L'ombre du disciple est presque la moitié de sa taille réelle $3{,}50 \div 2 = 1{,}75$ qui est proche de 1,80

Ou, $3{,}50 \div 1{,}80 \approx 1{,}94$ qui est proche de 2. Cela veut dire que la taille de l'ombre est proche du double de la taille réelle. Si on divise la taille de l'ombre par 2, on trouve une valeur proche de la taille réelle : 140 mètres. Cette procédure ne donnera pas la réponse attendue (144 m), mais elle permet d'obtenir un ordre de grandeur (et peut-être de relancer la recherche de la valeur exacte).

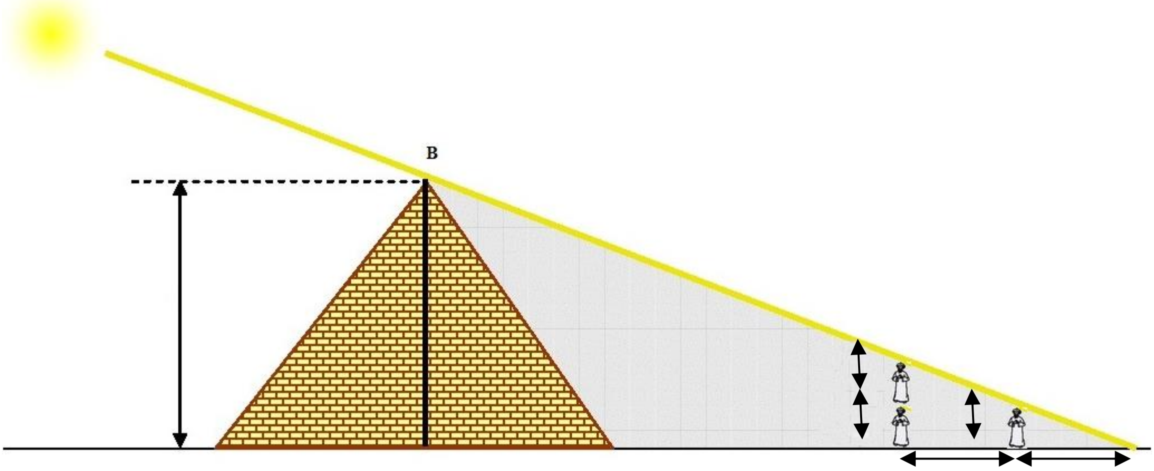
Difficultés attendues

- La compréhension de la relation de proportionnalité entre les deux grandeurs.
- Résoudre le problème en ayant recours au coefficient de proportionnalité paraît peu probable. Le rapport n'est pas un nombre décimal (quel que soit le sens).

Aides possibles

- Niveau 1 :
  Proposer du papier quadrillé pour le tracé.
  Autoriser l'utilisation de la calculatrice pour ceux qui s'engagent dans la multiplication par 1,5 (cm).

- Niveau 2 :



On peut faire remarquer que l'ombre d'un objet grand comme deux disciples est deux fois plus grande que l'ombre d'un disciple afin de rendre plus concrète l'idée de proportionnalité entre les grandeurs.

Prolongement possible

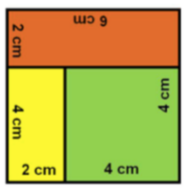
Situation Ressource éduscol Proportionnalité : le Puzzle adaptée de la situation du puzzle de Guy Brousseau

http://cache.media.education.gouv.fr/file/Proportionnalite/22/5/RA16_C3_MATH_PROPO_PUZZLE_614225.pdf

Agrandis les 3 pièces de façon à ce que les segments mesurant 2 cm mesurent finalement 6 cm.

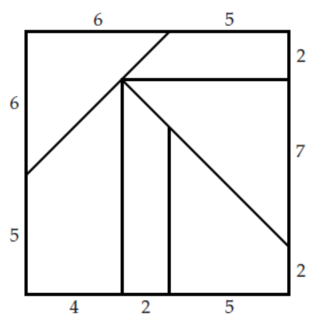
Variante possible :

Agrandis les 3 pièces de façon à ce que les segments mesurant 4 cm mesurent finalement 6 cm.



Le puzzle de Guy Brousseau.

Les élèves sont mis par groupe et chaque élève doit faire un agrandissement d'une pièce d'un puzzle. À la fin, on regroupe les pièces pour reconstituer le puzzle. La consigne est : le côté du puzzle qui mesure 4 cm doit mesurer 7 cm sur le puzzle que vous devez construire.



(Référence : **Brousseau G. & Brousseau N.** (1987). *Rationnels et décimaux dans le cadre de la scolarité obligatoire : compte rendus d'observations de situations et de processus didactiques à l'école Jules Michelet de Talence* (DEA et Doctorat de Didactique des Mathématiques, Université de Bordeaux I.) http://guy-brousseau.com/1883/rationnels-et-decimaux-dans-la-scolarite-obligatoire-1987-2/)

Défi 4 : Espace et programmation

Sources :
Rallye 2017, IREM Paris-Nord, épreuve n°5 – Le robot http://www-irem.univ-paris13.fr/site_spip/IMG/pdf/archive_rallye2017.pdf
FFJM 20ème championnat, ¼ de finale : La matharéna

Références aux programmes et au socle commun de connaissances, compétences et culture :

Espace et géométrie :

- ✓ Accomplir, décrire et coder des déplacements.

Nombres et calculs : organisation et gestion de données

- ✓ Lire ou construire des représentations de données (cryptogramme).
- ✓ Organiser des données issues d'autres enseignements en vue de les traiter.

Compétences :

- ✓ **Chercher** : Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution du problème à partir de supports variés. S'engager dans une démarche, observer, émettre des hypothèses. Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.
- ✓ **Modéliser** : utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne.
- ✓ **Raisonner** : Résoudre des problèmes nécessitant la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement. Rechercher la validité des informations dont on dispose.
- ✓ **Communiquer** : Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

Solutions et démarches :

Niveau 1

Pour résoudre ce problème, les élèves doivent effectuer la série d'instructions, en gardant en mémoire la position de départ, afin de la comparer à la position d'arrivée.

Solution

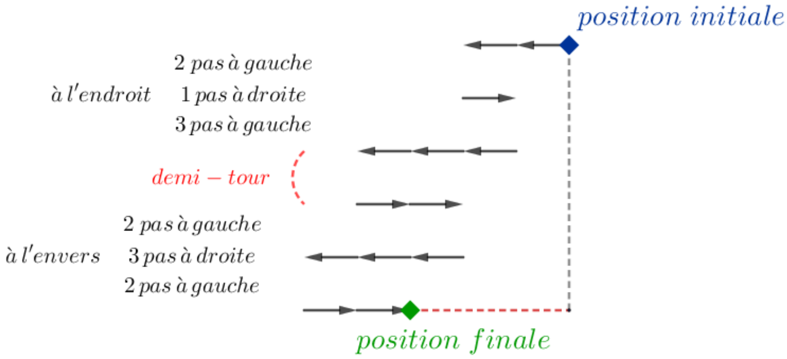
On s'est éloigné de 3 pas de la position de départ (vers la gauche, dans le sens initial).

➔ Nombre à entrer sur le site des défis : 3 (nombre de pas trouvé)

Procédure possible

On danse la Matharéna (ce qui est fortement suggéré par le titre), en gardant la mémoire des pas effectués (par exemple, sur un carrelage, avec des plots, etc.).

- On mime la danse sur une ligne de cahier, un pas – un carreau, sans rien écrire, en mémorisant néanmoins la position initiale.
- Schématiser les déplacements sur une feuille, les uns en-dessous des autres plutôt que les uns par-dessus les autres, afin de discriminer chaque étape. On compte ensuite l'écart entre les positions initiale et finale.



- On modélise la situation par un calcul :
  - Dans la première partie, on peut choisir les nombres négatifs pour modéliser un déplacement vers la gauche, et les nombres positifs pour un déplacement vers la droite, mais on peut aussi imaginer des nombres accompagnés par une flèche à droite ou à gauche.
  - Dans la seconde, on inverse les signes afin de prendre en compte le demi-tour, ce qui donne la modélisation suivante :
    -2 +1 -3 +2 -3 +2
    Les déplacements -2 et +2 s'annulent mutuellement : **-2** +1 -3 +2 -3 **+2** = +1 -3 +2 -3
    Les déplacements +1 et +2 équivalent à un déplacement : +3 : **+1** -3 **+2** -3 = **+3** -3 -3
    Les déplacements +3 et -3 s'annulent mutuellement : **+3** **-3** -3 = -3
    Le bilan est donc bien un déplacement de 3 pas vers la gauche (d'après la position initiale).

Difficultés attendues

→ Garder en mémoire la position initiale.
→ Comprendre que la gauche et la droite sont relatives à la position du danseur.
→ Garder en mémoire la quantité de pas entre chaque changement de position.

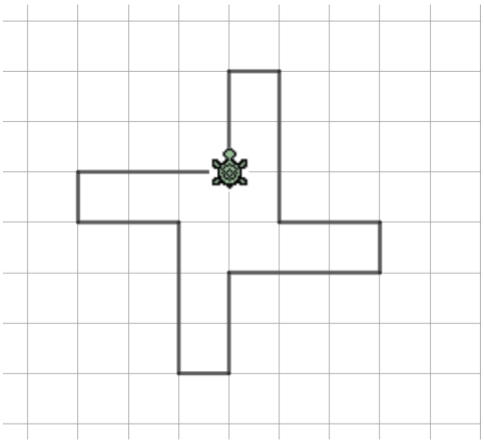
Prolongement possible

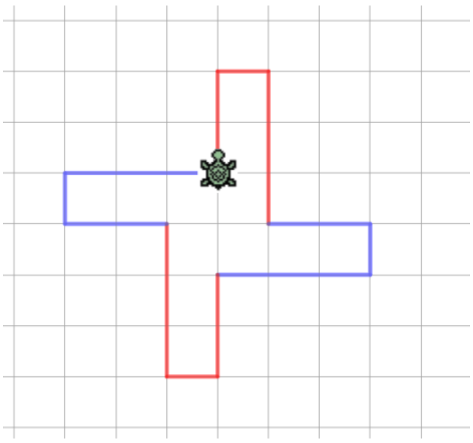
→ Inventer plusieurs danses aboutissant à un même décalage final.
→ Faire danser un élève et demander aux autres de coder sa danse.
→ Ajouter des directions, par exemple **en avant** et **en arrière.**

Niveau 2

Pour résoudre ce problème, les élèves doivent avoir compris chaque instruction, en particulier la commande **répète**, et se mettre à la place de la tortue pour réaliser le parcours.

Solution





→ Nombre à entrer sur le site des défis : 12 (nombre de carreaux à l'intérieur de la figure tracée par la tortue)

Procédures possibles

- Première procédure : on suit les instructions de la première boucle à la lettre, en notant à chaque déplacement la direction dans laquelle se trouve la tortue ; par précaution, on peut tourner la feuille à chaque changement de direction afin que la tête de la tortue soit toujours dirigée vers le haut.
  A la fin de la première boucle, on recommence les instructions pas à pas.
- Seconde procédure (amélioration de la première) : à la fin de la première boucle, on observe le motif obtenu, et on le reproduit trois fois à partir du nouveau point de départ et de la nouvelle direction obtenue (en couleur dans la seconde figure).

<u>Difficultés attendues</u>

→ Commande **avance** : partir dans la bonne direction, et se limiter à une longueur de carreau pour chaque instruction.

→ Commandes **tourne à droite** ou **tourne à gauche** :

- choisir le bon sens de rotation ; les erreurs peuvent être dues à une confusion gauche/droite, ou parce que le repère est l'élève lui-même et non la tortue (la droite/la gauche de la tortue) ;
- rester sur place en même temps que tourner.

→ Commande **répète** : refaire le même motif mais dans une direction différente de la première fois

<u>Aides possibles</u>

- Donner aux élèves l'idée de tourner la feuille, puis leur interdire dans un deuxième temps
- Faire jouer la scène sur un quadrillage géant : un élève joue le rôle de la tortue, un autre lui donne oralement ses instructions.

<u>Prolongement possible</u>

→ Demander aux élèves de créer un motif, de le dessiner plusieurs fois, puis de proposer une série d'instructions pour le reproduire.