



Semaine des mathématiques 2021/2022

du 07 au 11 mars 2022 : *Mathématiques en forme(s)*

4 jours / 4 défis

Principe

Un défi est proposé chaque jour, il a été décliné en deux niveaux de difficulté. Ce choix dépend davantage du contexte que du niveau de classe, mais certains défis de niveau 2 nécessitent des compétences de CM2. L'idée n'est pas ici d'enseigner une procédure efficace voire experte mais de permettre à chaque élève de développer une solution personnelle s'appuyant sur des procédures mathématiques enseignées au cycle 3.

Découvrir des ressources et mobiliser des compétences au cœur des mathématiques

La Mission Mathématique a souhaité faire découvrir, à travers ces 4 défis, des compétitions qui offrent des problèmes de qualité, accessibles dans les archives de chacune d'elles :

- Mathématiques sans frontière junior http://maths-msf.site.ac-strasbourg.fr/MSF_junior/Epreuves.htm ;
- Rallye IREM Paris nord http://www-irem.univ-paris13.fr/site_spip/spip.php?rubrique32 ;

Ces ressources sont des moyens pertinents et calibrés de mobiliser les 6 compétences spécifiques aux mathématiques mises en relief dans les programmes : calculer, modéliser, représenter, chercher, raisonner, communiquer.

Résolution de problèmes dit de recherche, de transfert ou atypiques :

Remarque : il est intéressant, tout au long du cycle 3, de proposer ce type de problèmes dans le cadre de séquences d'apprentissage progressives, même si cette catégorie de problèmes n'est pas le cœur de l'activité de résolution de problèmes au cycle 3 (les problèmes devant être travaillés prioritairement étant les problèmes à étapes).

Difficultés rencontrées et pistes pour remédier

- **Se représenter le problème, entamer une stratégie de résolution** : donner du sens à la situation, comprendre « l'histoire racontée par l'énoncé ».
 - ⇒ Reformuler, théâtraliser, utiliser des documents permettant de comprendre le contexte.
 - ⇒ Manipuler sans aller jusqu'au bout, dessiner, schématiser
 - ⇒ Demander aux élèves de poser des questions, les noter au fur et à mesure. Faire une pause méthodologique : demander aux élèves s'ils peuvent répondre et comment ils obtiennent leur réponse sans donner aucune indication ;
 - ⇒ Possibilité de préparer un QCM auquel les élèves doivent répondre.
- **Chercher une stratégie de résolution efficace, modéliser le problème** : convoquer les bons outils mathématiques, les rendre opérationnels dans la situation pour développer une procédure efficace.

[Tapez ici]

- ⇒ Valoriser l'écrit personnel de recherche
- ⇒ Permettre dans certains cas (élèves en difficulté) la résolution du problème par manipulation. **Point de vigilance** : la manipulation relève de la représentation du problème ; elle ne devrait pas constituer une procédure de résolution, mais elle peut être gardée (ou reprise) pour confirmer la solution trouvée dans le champ mathématique.
- ⇒ Mêmes procédés que pour se représenter la situation, avec des questionnaires plus orientés vers les outils mathématiques.
- ⇒ Le fait d'explicitier les outils mathématiques mobilisables pour la résolution permet de relancer l'activité : les élèves qui ne les avaient pas mobilisés peuvent ensuite chercher à les rendre opérationnels en situation. **Point de vigilance** : cette explicitation doit être la plus légère et moins intrusive possible, et si possible évitée. Plus l'élève réussit seul la résolution du problème, et plus cette activité est profitable pour lui.

→ **Produire une solution sensée puis exacte** : mettre en œuvre une procédure et vérifier la validité de la réponse obtenue. Le cas échéant, accepter de modifier sa procédure si on constate que la première ne mène pas à un résultat cohérent. Le travail collaboratif (groupe après résolution individuelle) et le conflit sociocognitif (présentation de sa démarche à la classe), dans la mesure où ils permettent une confrontation des procédures, sont souvent efficaces.

→ **Communiquer**

- ⇒ Une des façons d'arriver à faire progresser les élèves est de leur demander de réécrire une solution après la mise en commun des résultats et des démarches.

Quelques pistes générales pour la mise en œuvre :

- Un temps de recherche individuelle au début est à privilégier pour que les élèves s'approprient le problème, construisent des procédures personnelles pour les partager.
- **Laisser les élèves chercher**. L'enseignant doit minimiser ses interventions dans la phase de recherche, garder une posture de questionnement : « *Es-tu sûr ? As-tu vérifié ?* » Favoriser des attitudes de questionnement et de retours au texte. L'équilibre est à trouver entre échanges de procédures, relance de l'activité (le niveau 1 est souvent une bonne activité de relance pour le niveau 2) et posture de spécialiste de la démarche plutôt que détenteur du résultat. Les élèves seront ainsi le plus souvent possible en situation de recherche pour parvenir à construire une solution personnelle.
 - ➔ Se lancer, émettre puis tester une hypothèse, estimer une solution puis réajuster : cela s'apprend, notamment avec des techniques à développer, dont font partie la relecture, la vérification, l'utilisation de raisonnements sur des données ou une situation simplifiée.
- **S'appuyer sur les productions d'élèves** pour, dans le cadre d'un débat argumenté (pauses méthodologiques et mises en commun), se représenter la situation, repérer des procédures et des démarches efficaces, même partiellement, de raisonnement et de justification. L'identification et le traitement des erreurs ne sont pas le but premier de ces défis. En revanche, ils sont d'excellents moyens de repérer les compétences à travailler en activités décrochées, en

[Tapez ici]

proposant par exemple de relire et corriger (ou non) des productions des élèves lors de cette situation.

Après concertation entre les élèves, une seule réponse par classe sera saisie sur le site dédié.

VALIDATION DES DEFIS

Comme les années précédentes, une fois les défis validés par la classe et l'enseignant (e), il est proposé aux élèves de se rendre sur le site de la mission mathématique 67 pour obtenir une partie d'un élément à découvrir (cette année, il s'agira d'une fiole de couleur). Pour cela, il suffira de vous rendre sur le site pour saisir la réponse du jour.

(En cliquant sur Mademoiselle Formidable à droite, la page de validation des défis s'ouvre)

<https://cutt.ly/3OkFtsS>

Une fois tous les défis résolus, vous pourrez découvrir un message de Mademoiselle Formidable en entrant, dans l'ordre, les quatre couleurs obtenues.

[Tapez ici]

Jour 1- Défi « Pattern »

Source : Eduscol, guide mathématiques collège 2021, La résolution de problèmes mathématiques au collège

Dans les problèmes de type pattern proposés à partir du collège, les élèves sont amenés à chercher, identifier une structure en repérant une régularité et en argumentant. Ce genre de problème de généralisation introduit naturellement l'algèbre au cycle 4. Il peut néanmoins être proposé dès le cycle 3 et peut se gérer en exprimant la régularité en langage naturel.

Références aux programmes :

Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux

- ✓ Mobiliser les faits numériques mémorisés au cycle 2

Compétences mobilisées :

- ✓ **Chercher** : Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution du problème à partir de supports variés. S'engager dans une démarche, observer, émettre des hypothèses. Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.
- ✓ **Modéliser** : utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne.
- ✓ **Raisonner** : Résoudre des problèmes nécessitant la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement. Rechercher la validité des informations dont on dispose.
- ✓ **Communiquer** : Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

Proposition de démarche :

De manière générale, voici les différentes phases d'un questionnement sur un problème de type pattern :

- ✓ dessiner l'étape, le rang suivant ce qui engage l'élève dans l'action et permet à l'enseignant de vérifier que les élèves se sont bien représentés le problème et ont compris la construction du pattern.
- ✓ chercher une relation (comprendre la construction du motif avec les étapes proches) (seul ou en groupe) et la verbaliser (en classe) : la règle évoquée est une description de la construction du motif, elle peut être donnée sous forme d'indices sur le dessin, de phrases utilisant des termes spatiaux.
- ✓ faire calculer le nombre d'éléments en étapes proche et lointaine, mais pas inatteignable : trouver un moyen de calculer les éléments constitutifs du pattern à n'importe quel rang.

Pour la mise en œuvre, nous pouvons proposer :

- ✓ un temps de prise de connaissance du problème.
- ✓ un temps de vérification de la compréhension de la consigne .
- ✓ un temps travail individuel, éventuellement poursuivi en groupe .
- ✓ un temps de mise en commun et d'échange de procédures.
- ✓ un bilan de l'activité.

Procédures observables :

Les élèves pourront commencer par chercher à dessiner le motif pour des rangs inférieurs (exemples ci-dessous pour les rangs 4,5 et 10) :

- ✓ **Pour les rangs 4 et 5** : il est attendu que les élèves dessinent les motifs et dénombrent le nombre de petits carrés tout en se questionnant sur la règle régissant la construction de ce motif.
- ✓ **Pour le rang 10** : les élèves pourront encore dessiner les motifs et dénombrer les petits carrés, ou commencer à entrer dans un raisonnement mettant en avant une règle de récurrence.

[Tapez ici]

Niveau 1 :

- ✓ **Pour le rang 20** : dessiner le motif devient une procédure couteuse pour les élèves, quoiqu'encore réalisable.
Les élèves pourront utiliser une règle de récurrence ou la règle de construction du motif établie en langue naturelle.
En effet, au rang 20, les élèves pourront remarquer que le motif est une "croix" avec un carré central et 4 "branches" de 20 carrés chacune.
Ils pourront donc produire le calcul $20 \times 4 + 1 = 81$ (qui se lit d'ailleurs "quatre-vingt-et-un").
L'enseignant lors de la mise en commun pourra faire remarquer qu'on multiplie par 4 le nombre de rang et que l'on ajoute ensuite 1 (qui correspond au carré central).
Cela permettra de passer avec les élèves à une possible généralisation.

Niveau 2 :

- ✓ **Pour le rang 100** : l'augmentation du rang est telle qu'il n'est plus possible de dessiner ou d'utiliser une relation de récurrence.
Les élèves devront donc utiliser la règle de construction du motif, et trouver comment exprimer le nombre de carrés au rang n en fonction de n (en utilisant la langue naturelle).
En effet, au rang n , les élèves pourront remarquer que le motif est une "croix" avec un carré central et 4 "branches" de n carrés chacune.
Ils pourront donc produire le calcul $20 \times \text{« le nombre de rangs »} + 1$.
On peut remarquer qu'au rang 100, on obtient 401 petits carrés, "quatre cent un".

Difficultés attendues :

Certains élèves pensent reconnaître une situation de proportionnalité : leur proposer de trouver le nombre de carrés au rang 5 et 10 doit peut permettre d'invalider cette procédure.
En effet : au rang 5, il y a 21 petits carrés, au rang 10 il y en a 41.

Niveau 1 :

- ✓ Pour le rang 20, certains élèves seront tentés d'utiliser une situation de proportionnalité, en multipliant par 2 le nombre de petits carrés obtenus à l'étape 10.

Niveau 2 :

- ✓ Pour le rang 100, certains élèves seront tentés d'utiliser une situation de proportionnalité, en multipliant par 10 le nombre de petits carrés obtenus à l'étape 10.

Aides à proposer :

- ✓ Les élèves doivent dessiner le motif au rang 4 au minimum afin d'entrer dans la résolution du problème.
- ✓ Pour aider à la résolution, utiliser un tableau pour organiser les données permet de passer du registre figuratif au numérique. Avoir recours à cette représentation est une stratégie de résolution à développer chez les élèves et peut permettre un passage plus aisé à la verbalisation de la règle de construction du motif puis à l'expression du calcul du nombre de petits carrés au rang n en fonction de n .

Par exemple dans notre cas:

Rang du motif	1	2	3	4	
Nombre de petits carrés	5	9	13	17	
	+4	+4	+4		

Représenter la situation à l'aide d'un tableau de nombres permet de visualiser que l'écart est constant.

Niveau 2 :

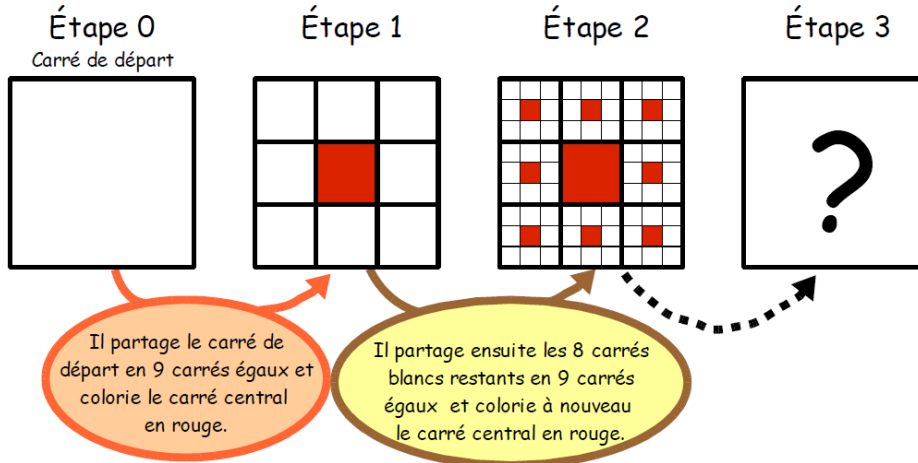
- ✓ Il faudra s'assurer que les élèves puissent exprimer le nombre de petits carrés au rang n en fonction de n pour qu'ils puissent répondre à la question finale.

[Tapez ici]

Prolongement éventuel :

- ✓ D'autres exemples de patterns dans le chapitre « pattern » dans le guide, La résolution de problèmes mathématiques au collège : <https://eduscol.education.fr/document/13132/download>
- ✓ Un exercice de mathématiques sans frontières junior :

Maxence veut décorer un carré.



Combien de carrés rouges pourras-tu observer à l'étape 3 ?
Justifie ta réponse !

Solution au défi :Niveau 1 :

- ✓ Au rang 20 :
→ Réponse à entrer sur le site : 81

Niveau 2 :

- ✓ Au rang 100 :
→ Réponse à entrer sur le site : 401

Matériel :

Pas de matériel spécifique à prévoir : utiliser les supports habituels proposés pour les temps de recherche.

[Tapez ici]

Jour 2- Défi « Le palmarès des formes »

Source : [MSFJU 2008 \(Figures chiffrées\)](#)

Références aux programmes :

Références aux programmes et au socle commun de connaissances, compétences et culture :

Nombres et calculs : organisation et gestion de données

- ✓ Lire ou construire des représentations de données.
- ✓ Organiser des données issues d'autres enseignements en vue de les traiter.

Espace et géométrie

- ✓ Connaître le vocabulaire associé aux objets et aux propriétés : côté, sommet, angle, parallélisme.

Compétences mobilisées :

- ✓ **Chercher** : Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution du problème à partir de supports variés. S'engager dans une démarche, observer, émettre des hypothèses. Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.
- ✓ **Représenter** : analyser une figure plane sous différents aspects (sommets, angles, parallélisme)
- ✓ **Raisonner** : Résoudre des problèmes nécessitant la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement. Rechercher la validité des informations dont on dispose.
- ✓ **Communiquer** : Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

Prérequis :

- ✓ Pour résoudre ce problème, les élèves doivent avoir compris chaque contrainte et connaître le vocabulaire associé aux figures planes et leurs propriétés.

Proposition de démarche :

- ✓ Organiser, planifier les étapes de sa réflexion, savoir revenir sur une procédure pour l'explicitier et réviser une démarche.

Procédures observables :

- ✓ Procéder par essai-erreur / tâtonner.
- ✓ Repérer les contraintes les plus aidantes et placer les autres nombres par déduction.

Procédure possible :

Niveau 1 :

- ✓ Place le 1 car seule figure sans côtés parallèles ;
- ✓ Placer le 3 : pas d'angle droit car seuls les nombres pairs ont des angles droits ;
- ✓ Placer le 4 (nombre = nombre de sommets) puis 2.

Niveau 2 :

- ✓ Placer les nombres pairs : « angles droits » + « nombres \leq nombre de sommets » ;
- ✓ Placer le 3 car le seul pouvant avoir le nombre = au nombre de sommets entre 1, 3 et 5 ;
- ✓ Déduire les 1 et 5 avec la contrainte « nombres \leq nombre de sommets ».

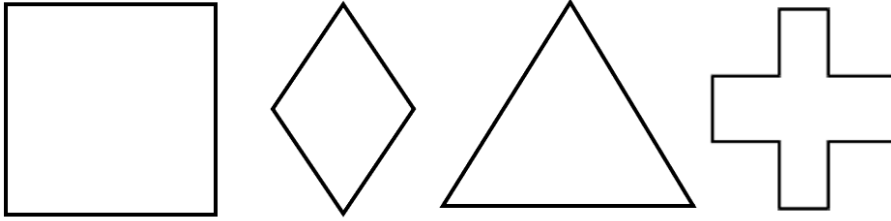
Difficultés attendues :

- Les élèves confondent chiffres pairs et impairs.
- Le vocabulaire géométrique n'est pas maîtrisé.
- Toutes les contraintes ne sont pas prises en compte.

Aides à proposer :

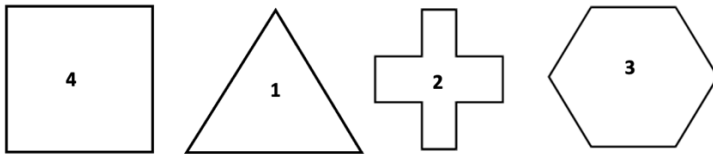
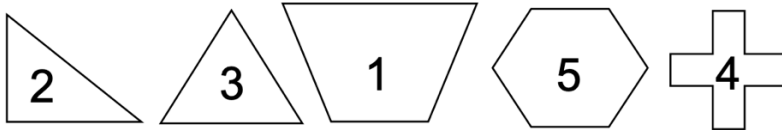
- ✓ S'assurer la compréhension du vocabulaire.
- ✓ Proposer aux élèves de verbaliser et/ou d'écrire leur réflexion, leur recherche.

[Tapez ici]

Prolongement éventuel :

Pour découvrir le nombre mystère, place dans les figures, les nombres de 1 à 4, en sachant que :

- Il y a un nombre dans chaque figure ;
- Le 2 n'est pas dans une figure avec un angle droit ;
- les nombres pairs sont dans des figures avec 4 côtés égaux ;
- Une seule figure a le nombre de ses sommets écrits à l'intérieur.

Solution au défi :Niveau 1 :Niveau 2 :

→ Réponse à entrer sur le site :

- ✓ Niveau 1 : 4123
- ✓ Niveau 2 : 23154

Matériel :

Crayon, gomme.

[Tapez ici]

Jour 3 - Défi « Les ombres »

Ce défi a été créé pour permettre aux élèves comprendre la construction de figures composées à partir des figures usuelles. A noter qu'au collège, les élèves sont amenés à calculer des aires de figures complexes sans autre information que la donnée de certaines longueurs.

Références aux programmes :

Espace et géométrie :

- ✓ Reconnaître, nommer, décrire des figures simples ou complexes (assemblages de figures simples)

Compétences mobilisées :

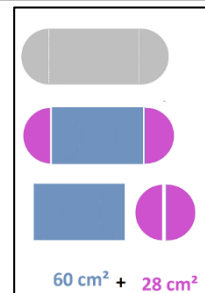
Compétences :

- ✓ **Chercher** : Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution du problème à partir de supports variés. S'engager dans une démarche, observer, émettre des hypothèses.
- ✓ **Représenter** : analyser une figure plane sous différents aspects (surface, contour de celle-ci, lignes et points) ;
- ✓ **Raisonner** : Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples.
- ✓ **Communiquer** : Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

Proposition de démarche :

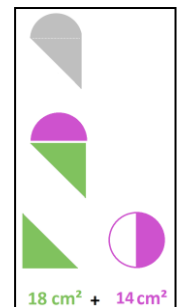
Niveau 1 :

- ✓ Pour résoudre ce problème, les élèves doivent retrouver le découpage en figures élémentaires. Ici il s'agira de retrouver le rectangle et les deux demi-disques. Il faudra ensuite poursuivre le raisonnement en associant à chaque figure élémentaire l'aire donnée par l'énoncé puis effectuer un ou plusieurs calculs.



Niveau 2 :

- ✓ Pour résoudre ce problème, les élèves doivent retrouver le découpage en figures élémentaires. Ici il s'agira de retrouver le triangle rectangle et le demi-disque. Il faudra ensuite poursuivre le raisonnement en associant à chaque figure élémentaire l'aire donnée par l'énoncé. L'aire du demi-disque n'étant pas donnée, il faut penser à la calculer en prenant la moitié de 28 cm^2 .



Procédures observables :

Niveau 1 :

- ✓ Procéder par essai/erreur en essayant de découper la figure grise.
- ✓ Comprendre que la figure est composée de deux demi-disques, qui assemblés reforment un disque d'aire 28 cm^2 .
- ✓ Trouver l'aire d'un demi-disque (14 cm^2) puis l'utiliser dans le calcul ($60 + 14 + 14$).

Niveau 2 :

- ✓ Procéder par essai/erreur en essayant de découper la figure grise.
- ✓ Trouver l'aire d'un demi-disque (14 cm^2) puis l'utiliser dans le calcul ($18 + 14$).

Difficultés attendues :

Niveaux 1 et 2 :

- ✓ Difficultés à retrouver des figures élémentaires dans une figure composée.
- ✓ La résolution demande de planifier un certain nombre de tâches : si les élèves ne gardent pas de traces, il est possible qu'ils oublient une étape ou une donnée, notamment pour le niveau 2, un calcul erroné pourrait être $18 + 28$ dans lequel 28 est l'aire du disque et non du demi-disque.

[Tapez ici]

Aides à proposer :

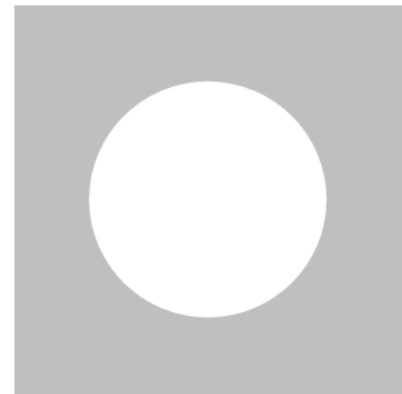
La vidéo proposée en amont permet de comprendre la situation, et la manipulation qui y est proposée servira d'appui pour l'aide suivante :

Il est possible de fournir à l'élève les figures élémentaires découpées (cf. annexe) et de proposer, à l'aide de ces figures de fabriquer la figure donnée (la forme grise). L'élève pourra ensuite superposer sa production sur la forme grise pour vérifier sa proposition.

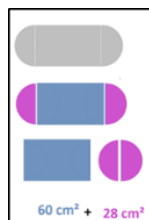
Si une telle aide est proposée, il sera alors intéressant de proposer ensuite une nouvelle figure (voir prolongement) pour laquelle il n'aura, cette fois, plus le matériel. Ce sera l'occasion de manipuler mentalement les figures, l'un des objectifs de ce défi !

Prolongement éventuel :

Voici d'autres figures :

**Solutions au défi :**

Niveau 1 : 88 cm²



→ Réponse à entrer sur le site :

- Niveau 1 : 88

Niveau 2 : 32 cm²



→ Réponse à entrer sur le site :

- Niveau 2 : 32

Matériel :

- ✓ Formes données dans l'énoncé (cf. annexe)
- ✓ Vidéo-projection de la vidéo d'explication : <https://youtu.be/ZLL4MgliOFc>

[Tapez ici]

Matériel à photocopier (si besoin)

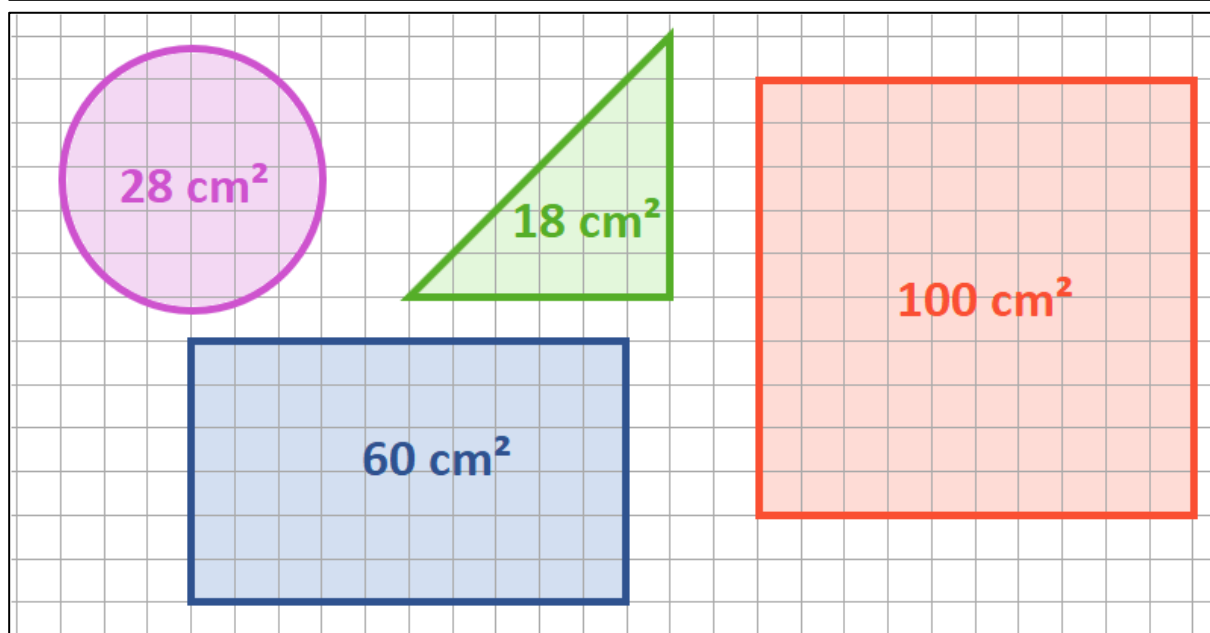
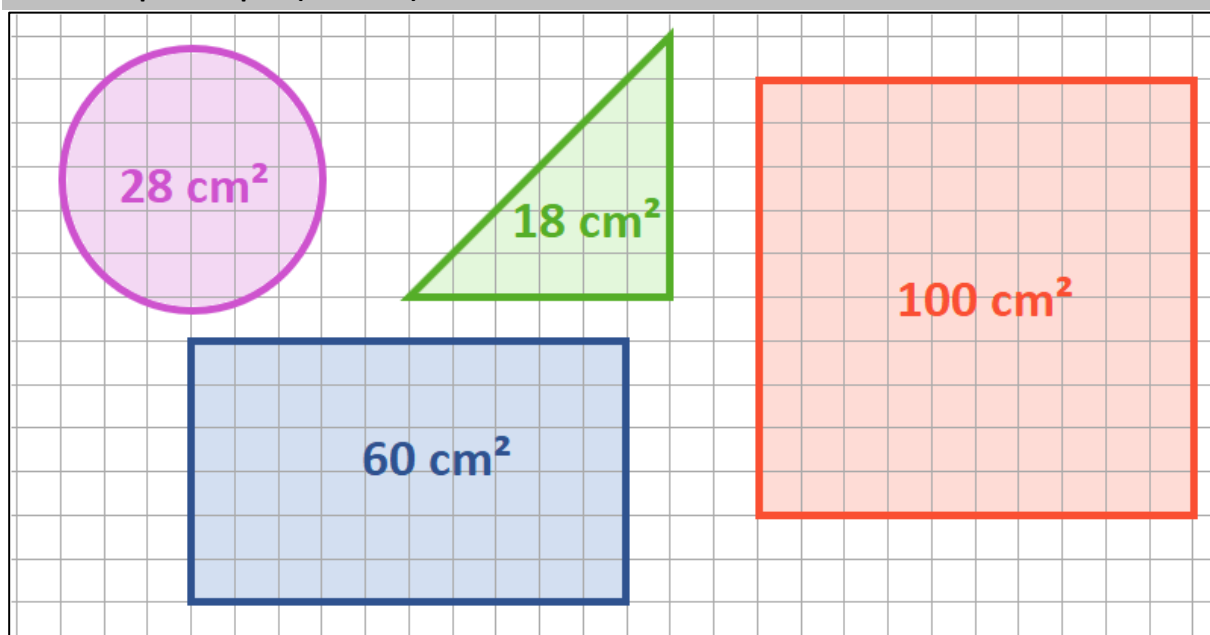


Figure niveau 1

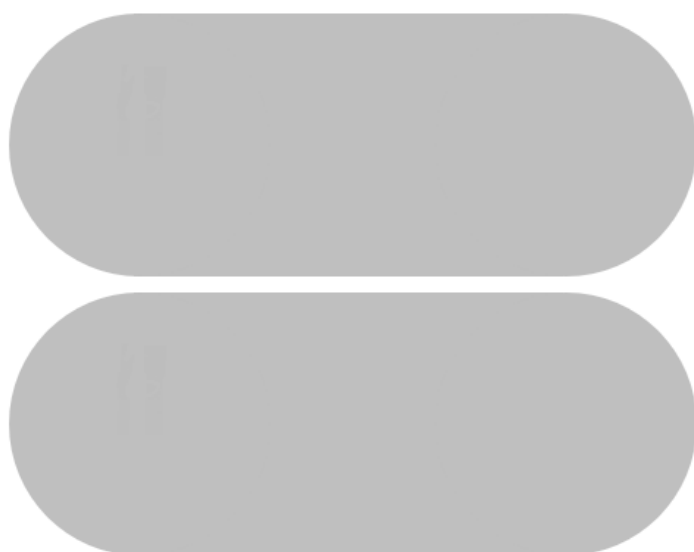


Figure niveau 2



[Tapez ici]

Jour 4 - Défi « Empreintes de cubes »

Sources

Niveau 1 : [IREM Paris Nord – Épreuve 10 Rallye 1999](#)

Niveau 2 : [Mathématiques sans frontières junior, Épreuve 6 du sujet Découverte 2015](#)

Références aux programmes :

Espace et géométrie :

- ✓ Se représenter et comprendre une organisation de solides dans l'espace, dont certaines faces ne sont pas visibles.

Compétences mobilisées :

Compétences :

- ✓ **Chercher** : Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution du problème à partir de supports variés. S'engager dans une démarche, observer, émettre des hypothèses.
- ✓ **Représenter** : analyser une figure en perspective sous différents aspects (contour, lignes et hauteur, parties cachées).
- ✓ **Raisonner** : Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples.
- ✓ **Communiquer** : Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

Proposition de démarche :

Niveau 1 :

- ✓ Pour résoudre ce problème, les élèves doivent se représenter la face du dessous de chaque volume pour lui associer son empreinte en repérant le positionnement des différents solides simples le composant.

Niveau 2 :

- ✓ Pour résoudre ce problème, les élèves doivent se représenter toutes les faces d'un même solide par rotation et l'empreinte laissée par la surface en contact avec le support.

Procédures observables :

Niveau 1 :

- ✓ Partir des volumes et rechercher l'empreinte associée en repérant la position des différents cubes les composant ;
- ✓ Partir des empreintes et rechercher les volumes associés en repérant la position des différents cubes les composant ;
- ✓ Commencer par les associations les plus évidentes (H, C, A) puis discriminer de manière plus fine les propositions restantes.

Niveau 2 :

- ✓ Éliminer les empreintes où la position des 3 petits cubes ne correspond pas au jouet puis identifier les surfaces en contact avec la feuille par rotation de l'objet pour valider ou invalider les propositions restantes.

Difficultés attendues :

Niveaux 1 et 2 :

- ✓ Difficulté à se représenter une face non visible.

Niveau 2 :

- ✓ Comprendre qu'il se représenter mentalement l'objet sous toutes les vues mais également le tourner (empreinte n°7).
- ✓ Comprendre que lorsqu'une vue est composée de surfaces ayant des profondeurs différentes, une seule partie de la vue laissera une empreinte (empreintes n°3 et n°5).

[Tapez ici]

Aides à proposer :

Le recours à la manipulation n'a d'intérêt que :

- pour aider à la représentation de la situation au départ, à condition que ce soit l'enseignant(e) qui manipule ;
- ou dans un second temps pour vérifier les réponses trouvées.

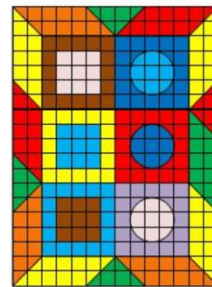
Si les élèves ont directement accès aux objets, ils ne sont plus dans la représentation spatiale mais simplement dans l'association de ce qu'ils observent aux propositions faites (lecture directe donc pas de mathématiques).

Prolongement éventuel :

[Epreuve mathématiques sans frontières : Finale 2017](#)

L'art ? J'm'en tamponne**Epreuve 7 : L'art ? J'm'en tamponne**

En cours d'arts plastiques, Juliette a réalisé, sur une feuille quadrillée, cette peinture « à la manière de Vasarely ».
Elle a utilisé 6 tampons, tous différents, en forme de quadrilatère, de triangle ou de disque. Elle a parfois superposé plusieurs empreintes.



Trace, sur la feuille réponse quadrillée, l'empreinte laissée par chacun des 6 tampons sans superposition.

Solution au défi :

Niveau 1 :

A	B	C	D	E	F	G	H	M
6	2	3	5	7	1	8	4	9

Niveau 2 :

3	5	7	8	9
---	---	---	---	---

→ Réponse à entrer sur le site :

- Niveau 1 : 623571849
- Niveau 2 : 35789

Matériel :

Possibilité d'avoir des cubes pour représenter les objets (avec le point de vigilance évoqué dans la partie aide à proposer).

[Tapez ici]