Semaine des mathématiques 2022/2023

du 6 au 15 mars 2023 :

Mathématiques à la carte

4 jours / 4 défis

Principe

Un défi est proposé chaque jour, il a été décliné en deux niveaux de difficulté. Ce choix dépend davantage du contexte que du niveau de classe, mais certains défis de niveau 2 nécessitent des compétences de CM2. L'idée n'est pas ici d'enseigner une procédure efficace voire experte mais de permettre à chaque élève de développer une solution personnelle s'appuyant sur des procédures mathématiques enseignées au cycle 3.

Découvrir des ressources et mobiliser des compétences au cœur des mathématiques

La Mission Mathématiques a souhaité faire découvrir, à travers ces 4 défis, des compétitions qui offrent des problèmes de qualité, accessibles dans les archives de chacune d'elles :

- Mathématiques sans frontière junior http://maths-msf.site.ac-strasbourg.fr/MSF_junior/Epreuves.htm ;
- Rallye IREM Paris nord http://www-irem.univ-paris13.fr/site_spip/spip.php?rubrique32 ;
- Fédération Française des Jeux Mathématiques : https://www.ffjm.org/fr/accueil.

Ces ressources sont des moyens pertinents et calibrés de mobiliser les 6 compétences spécifiques aux mathématiques mises en relief dans les programmes : calculer, modéliser, représenter, chercher, raisonner, communiquer.

Résolution de problèmes dit de recherche, de transfert ou atypiques :

Remarque : il est intéressant, tout au long du cycle 3, de proposer ce type de problèmes dans le cadre de séquences d'apprentissage progressives, même si cette catégorie de problèmes n'est pas le cœur de l'activité de résolution de problèmes au cycle 3 (les problèmes devant être travaillés prioritairement étant les problèmes à étapes).

Difficultés rencontrées et pistes pour remédier

→ **Se représenter le problème, entamer une stratégie de résolution** : donner du sens à la situation, comprendre « l'histoire racontée par l'énoncé ».
- ⇨ Reformuler, théâtraliser, utiliser des documents permettant de comprendre le contexte.
- ⇨ Manipuler sans aller jusqu'au bout, dessiner, schématiser
- ⇨ Demander aux élèves de poser des questions, les noter au fur et à mesure. Faire une pause méthodologique : demander aux élèves s'ils peuvent répondre et comment ils obtiennent leur réponse sans donner aucune indication ;
- ⇨ Possibilité de préparer un QCM auquel les élèves doivent répondre.

- → **Chercher une stratégie de résolution efficiente, modéliser le problème** : convoquer les bons outils mathématiques, les rendre opérationnels dans la situation pour développer une procédure efficace.
  - ⇨ Valoriser l'écrit personnel de recherche
  - ⇨ Permettre dans certains cas (élèves en difficulté) la résolution du problème par manipulation. **Point de vigilance** : la manipulation relève de la représentation du problème ; elle ne devrait pas constituer une procédure de résolution, mais elle peut être gardée (ou reprise) pour confirmer la solution trouvée dans le champ mathématique.
  - ⇨ Mêmes procédés que pour se représenter la situation, avec des questionnaires plus orientés vers les outils mathématiques.
  - ⇨ Le fait d'expliciter les outils mathématiques mobilisables pour la résolution permet de relancer l'activité : les élèves qui ne les avaient pas mobilisés peuvent ensuite chercher à les rendre opérationnels en situation. **Point de vigilance** : cette explicitation doit être la plus légère et moins intrusive possible, et si possible évitée. Plus l'élève réussit seul la résolution du problème, et plus cette activité est profitable pour lui.

- → **Produire une solution sensée puis exacte** : mettre en œuvre une procédure et vérifier la validité de la réponse obtenue. Le cas échéant, accepter de modifier sa procédure si on constate que la première ne mène pas à un résultat cohérent. Le travail collaboratif (groupe après résolution individuelle) et le conflit sociocognitif (présentation de sa démarche à la classe), dans la mesure où ils permettent une confrontation des procédures, sont souvent efficaces.

- → **Communiquer**
  - ⇨ Une des façons d'arriver à faire progresser les élèves est de leur demander de réécrire une solution après la mise en commun des résultats et des démarches.

<u>Quelques pistes générales pour la mise en œuvre :</u>

- → Un temps de recherche individuelle <u>au début</u> est à privilégier pour que les élèves s'approprient le problème, construisent des procédures personnelles pour les partager.

- → **Laisser les élèves chercher**. L'enseignant doit minimiser ses interventions durant la phase de recherche, garder une posture de questionnement : « *Es-tu sûr ? As-tu vérifié ?* » Favoriser des attitudes de questionnement et de retours au texte. L'équilibre est à trouver entre échanges de procédures, relance de l'activité (le niveau 1 est souvent une bonne activité de relance pour le niveau 2) et posture de spécialiste de la démarche plutôt que détenteur du résultat. Les élèves seront ainsi le plus souvent possible en situation de recherche pour parvenir à construire une solution personnelle.
  - ➔ Se lancer, émettre puis tester une hypothèse, estimer une solution puis réajuster : cela s'apprend, notamment avec des techniques à développer, dont font partie la relecture, la vérification, l'utilisation de raisonnements sur des données ou une situation simplifiée.

- → **S'appuyer sur les productions d'élèves** pour, dans le cadre d'un débat argumenté (pauses méthodologiques et mises en commun), se représenter la situation, repérer des procédures et des démarches efficaces, même partiellement, de raisonnement et de justification. L'identification et le traitement des erreurs ne sont pas le but premier de ces défis. En revanche, ils sont d'excellents moyens de repérer les compétences à travailler en activités décrochées, en proposant par exemple de relire et corriger des productions des élèves lors de cette situation.

Après concertation entre les élèves, une seule réponse par classe sera saisie sur le site dédié.

VALIDATION DES DEFIS

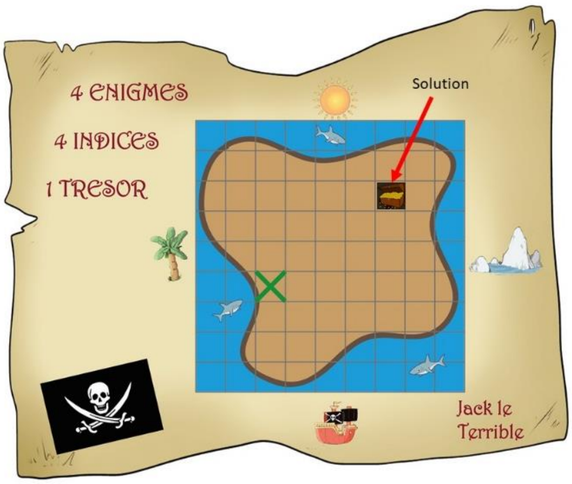
Comme les années précédentes, une fois les défis validés par la classe et l'enseignant (e), il est proposé aux élèves de se rendre sur le site de la Mission Mathématique et Plan Mathématiques 67 pour obtenir une partie d'un élément à découvrir (cette année, il s'agira d'une direction à prendre). Pour cela, il suffira de vous rendre sur le site pour saisir la réponse du jour.

(*En cliquant sur les personnages, la page de validation des défis s'ouvre*)

http://www.pedagogie67-1d.site.ac-strasbourg.fr/maths/?page_id=901

Une fois tous les défis résolus, et le trésor trouvé, vous pourrez découvrir sur le site des défis un message de nos deux pirates, Léa et Sam.

Solution obtenue à la fin de la semaine (emplacement du trésor) :



Jour 1-Défi « Les cartes étoiles »

<u>Source</u> : énigme adaptée d'une énigme du championnat de la FFJM (Fédération Française des jeux mathématiques) pour la Nuit des énigmes (le Vaisseau, Strasbourg)

Référence au programme :

Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux :

- ✓ Mobiliser les faits numériques mémorisés au cycle 2, notamment les tables de multiplication jusqu'à 9.
- ✓ Connaitre : les compléments à 100, les multiples de 2, 5 et 10 (défi niveau 2).

Compétences mobilisées :

- ✓ **Chercher** : S'engager dans une démarche, émettre des hypothèses. Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.
- ✓ **Modéliser** : Utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne
- ✓ **Représenter** : Utiliser des outils pour représenter un problème : dessins, schémas, diagrammes, graphiques,
- ✓ **Raisonner** : Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples.
- ✓ **Calculer** : Contrôler la vraisemblance de ses résultats.
- ✓ **Communiquer** : Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

Proposition de démarche :

Pour la mise en œuvre, se référer aux « pistes générales pour la mise en œuvre » proposées en page 2 du document pédagogique. Ci-dessous une proposition de raisonnement possible :

Niveau 1 :

- ✓ Pour résoudre ce défi, les élèves vont devoir s'organiser pour envisager les combinaisons possibles de 8 cartes et vérifier par le calcul (ou le dénombrement, si recours à du matériel de manipulation) si le nombre d'étoiles est bien celui attendu (19).

Exemples de combinaisons de 8 cartes possibles

	Nombre de cartes (8 au total)				
Cartes à 1 étoile	0	1	2	3	4
Cartes à 2 étoiles	0	1	2	3	4
Cartes à 5 étoiles	8	6	4	2	0

Des combinaisons de cartes peuvent être rapidement éliminées (voir ci-dessous : les 3 premières combinaisons avec 8/6/4 cartes à 5 étoiles donnent immédiatement un total supérieur à 19 étoiles).

Cartes à 1 étoile	0		1		2	
Cartes à 2 étoiles	0		1		2	
Cartes à 5 étoiles	8	*40 (8x5) étoiles*	6	*30 (6x5) étoiles*	4	*20 (4x5) étoiles*

Il suffit alors de tester les deux autres combinaisons :

Cartes à 1 étoile	4	*4 étoiles*
Cartes à 2 étoiles	4	*8 (4x2) étoiles*
Cartes à 5 étoiles	0	*0 étoile*

→ *On arrive à un total de 12 étoiles, cette combinaison n'est pas la bonne.*

Cartes à 1 étoile	3	*3 étoiles*
Cartes à 2 étoiles	3	*6 (3x2) étoiles*
Cartes à 5 étoiles	2	*10 étoiles*

→ *On arrive à un total de **19 étoiles**, cette combinaison est la bonne.*

Niveau 2 :

✓ Pour résoudre ce défi, les élèves devront opérer un raisonnement par déduction prenant appui sur leurs connaissances sur les multiples de 2, 5 et 10, ainsi que sur les compléments à 100.

En effet, ils devront saisir que, quel que soit le nombre de cartes à 5 étoiles, on obtiendra un nombre d'étoiles qui sera un multiple de 5 :

Nombre de cartes 5 étoiles	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
Nombre d'étoiles total sur les cartes 5 étoiles	*5*	*10*	*15*	*20*	*25*	*30*	*35*	*40*	*45*	*50*	*…*

✓ Pour arriver à 100 étoiles au total, le nombre d'étoiles totalisées sur les cartes à 1 et 2 étoiles devra donc être un multiple de 5 (pour compléter à 100).

Or, l'énoncé (« *Luna a 10 fois plus de cartes à une étoile que de cartes à 2 étoiles »)* nous indique que le nombre de cartes à 1 étoile (et donc le nombre d'étoiles totalisées sur les cartes à 1 étoile) sera forcément un multiple de 10 :

Nombre de cartes 1 étoile	10	20	30	40	50	60	70	80	90
Nombre d'étoiles total sur les cartes 1 étoile	*10*	*20*	*30*	*40*	*50*	*60*	*70*	*80*	*90*

✓ Quant aux cartes à 2 étoiles, quel que soit leur nombre, il indiquera un nombre d'étoiles totalisées qui sera forcément un multiple de 2 :

Nombre de cartes 2 étoiles	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nombre d'étoiles total sur les cartes 2 étoiles	*2*	*4*	*6*	*8*	*10*	*12*	*14*	*16*	*18*

✓ Sachant que pour arriver à 100 étoiles au total, le nombre d'étoiles totalisées sur les cartes à 1 et 2 étoiles devra être un multiple de 5, il faut donc que le nombre d'étoiles totalisées sur les cartes à 2 étoiles soit un multiple de 5.

✓ La seule réponse possible est donc :
- il y a **5 cartes à 2 étoiles** (10 étoiles totalisées)
- il y a donc **50 cartes à 1 étoile** (50 étoiles totalisées)

Il manque 40 étoiles pour arriver à 100 étoiles en tout :
- il y a donc **8 cartes étoiles à 5 étoiles** (40 étoiles totalisées)

Procédures observables :

Niveau 1 :

✓ Procéder par essai/erreur en essayant différentes combinaisons de 8 cartes et en calculant le nombre total d'étoiles. Ces essais pourront se faire soit directement par le calcul, soit avec le matériel proposé comme aide (cf. « aides à proposer »).

✓ Pour chaque essai : tester/vérifier par le calcul pour chaque combinaison de cartes si le nombre total d'étoiles est 19.

Niveau 2 :

✓ Procéder par essai/erreur, en choisissant au départ un nombre de cartes d'une sorte au hasard.

✓ Procéder selon un raisonnement par déduction (cf. proposition de démarche).

✓ Pour chaque essai : tester/vérifier par le calcul si le nombre total d'étoiles est 100.

Difficultés attendues :

- ✓ Difficulté liée à la compréhension de l'énoncé.
- ✓ Difficulté à s'organiser et à se lancer dans la recherche.
- ✓ Difficulté à calculer le nombre total d'étoiles.

Aides à proposer :

Niveau 1 :

- ✓ Clarifier l'énoncé *(notamment les termes « autant de… »)* : le faire reformuler, donner un exemple…
- ✓ Si l'élève a des difficultés à s'organiser dans sa recherche, lui suggérer d'envisager dans un premier temps toutes les combinaisons de 8 cartes possibles (cf. procédures observables).
- ✓ Eventuellement, un travail de manipulation de cartes peut être proposé (cf. matériel). Dans ce cas, le résultat (19 étoiles au total) sera vérifié par une procédure de dénombrement des étoiles et non par le calcul.

Niveau 2 :

- ✓ Clarifier l'énoncé *(notamment la formulation « 10 fois plus … »)* : le faire reformuler, donner un exemple…
- ✓ Si l'élève a des difficultés à s'organiser dans sa recherche, lui proposer l'utilisation d'un tableau dans lequel il pourra tester des solutions.
- ✓ Eventuellement, lui faire remarquer que quel que soit le nombre de cartes à 5 étoiles, on obtiendra un nombre d'étoiles qui sera un multiple de 5. Pour arriver à 100 étoiles au total, le nombre d'étoiles totalisées sur les cartes à 1 et à 2 étoiles devra donc être un multiple de 5 (pour compléter à 100).

Prolongement éventuel :

Pour une activité de recherche mobilisant les connaissances sur les multiples, exercice « Ludo-maths » de Maths sans Frontières Junior : http://maths-msf.site.ac-strasbourg.fr/spip/spip.php?article88

« Achille demande à Maxime combien il possède de cartes de la collection « Ludo maths ».
Maxime lui répond :
« Je ne sais pas exactement mais j'en ai un peu plus que 700. Si je les compte par deux, par trois, par quatre, par cinq ou par six, il m'en reste toujours une. Mais si je les compte par sept, il n'en reste pas. »
Selon toi, combien Maxime possède-t-il de cartes ? »

Solutions au défi :

Niveau 1 :

Nombre de cartes à 1 étoile	Nombre de cartes à 2 étoiles	Nombre de cartes à 5 étoiles
3	3	2

→ **Réponse à entrer sur le site : 332**

Niveau 2 :

Nombre de cartes à 1 étoile	Nombre de cartes à 2 étoiles	Nombre de cartes à 5 étoiles
50	5	8

→ **Réponse à entrer sur le site : 5058**

Matériel (facultatif)

Cartes à proposer éventuellement en manipulation (aide pour le niveau 1)

Jour 2 - Défi « A Mathable ! »

Sources :
Problème de déduction inspiré d'épreuves proposées dans les compétitions :
- *Mathématiques sans frontières junior : Épreuves d'Entrainement 2005 Épreuve 1 : Mmmm !*
http://maths-msf.site.ac-strasbourg.fr/spip/spip.php?article29
- *Rallye mathématique Transalpin : 26è RMT – janvier 2018 Exercice 4 : Modèles réduits*
https://maths-rhone.enseigne.ac-lyon.fr/spip/IMG/pdf/26.i_eleve.pdf?864/014cdf78e9444cce6c886b8a3448e86dcbda821c

Référence au programme :

Nombres et calcul :
- Résoudre des problèmes relevant des quatre opérations (situations additives)
- Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs en utilisant des nombres entiers (niveau 1) et des nombres décimaux (niveau 2)
- Résoudre des problèmes engageant une démarche à une ou plusieurs étapes.
- Résoudre des problèmes de plus en plus complexes.

Organisation et gestion des données
- Savoir organiser les données d'un problème en vue de sa résolution.

Prérequis :
- ✓ Connaissance et mobilisation de faits numériques : décompositions additives de nombres entiers, doubles et triples de nombres inférieurs à 20, multiples de 25.

Niveau 2 : prérequis de la lecture et de la compréhension du sens des décimaux (ex : 17,25€ = 17 euros et 25 centimes)

Compétences mobilisées :
- ✓ **Chercher** : S'engager dans une démarche, émettre des hypothèses. Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.
- ✓ **Modéliser** : Utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne
- ✓ **Représenter** : Utiliser des outils pour représenter un problème : dessins, schémas, diagrammes, graphiques,
- ✓ **Raisonner** : Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples.
- ✓ **Calculer** : Contrôler la vraisemblance de ses résultats.
- ✓ **Communiquer** : Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

Proposition de démarche :
- → **Pour la mise en œuvre**, se référer aux « pistes générales pour la mise en œuvre » proposées en page 2 du document pédagogique.
- → **Après la résolution, lors de la mise en commun :**
  - **Mettre en évidence les organisations efficaces des données et des solutions** à partir des productions des élèves en les faisant évoluer si besoin : tableaux, utilisation de couleurs pour différencier les différentes étapes, utilisation d'abréviations pour signifier les différents éléments (B pour Burger, etc.).
  - **Faire verbaliser les procédures et les comparer en termes d'efficacité et de coût cognitif.**

Procédures observables :

Niveau 1 :
- ✓ **Tâtonnement**
  - **Par estimation d'un prix vraisemblable dans la vie réelle** (certaines valeurs ne seront pas testées par rapport au montant total : un plat < 5€ est peu vraisemblable et ne sera pas testé)
  - **Par estimation d'un prix moyen puis ajustement** : prix équivalents pour ces plats

a. A partir de la facture de la famille 1 : 2 pâtes + 1 pizza = 44 € → Environ 15 € par plat
b. Essais, ajustements : vérification des hypothèses avec la facture de la famille 3

Hypothèses à partir de la facture de la famille 1	Prix du plat de pâtes	Prix d'une pizza	Vérification avec la facture de la famille 3 2 pâtes + 2 pizzas = 60 €	Montant de la facture 3 atteint
2 x pâtes + 1 x pizza = 44€	15 €	14 €	2 x 15 € + 2 x 14 € = 58 €	x Non
	16 €	12 €	2 x 16 € + 2 x 12 € = 56 €	x Non
	12 €	20 €	2 x 12 € + 2 x 20 € = 64 €	x Non
	14 €	**16 €**	**2 x 14 € + 2 x 16 € = 60 €**	✓ **Oui**

c. Déduction du prix du burger à partir de la facture de la famille 2 :
1 burger + 1 pizza = 34 € donc 1 burger = 34 € - 16 € = 18 €

d. Validation avec la facture n°4

✓ **Déduction en combinant les commandes**

- **En comparant les commandes des familles 1 et 3**, on constate que le famille 3 a commandé la même chose que la famille 1 avec un plat de pâtes en plus. On peut donc trouver le prix du plat de pâtes en soustrayant les 2 montants :

a. Famille 3 :

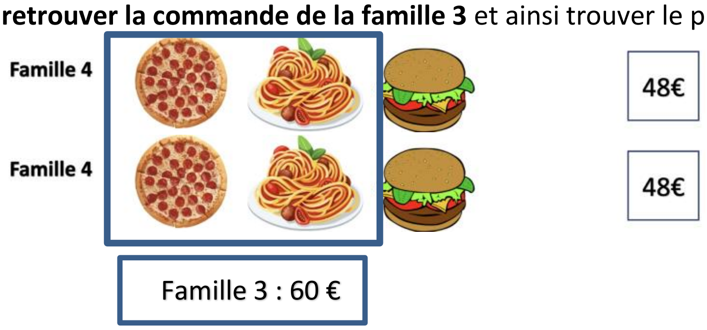
(2 x pâtes + 2 x pizza) – (2 x pâtes + 1 x pizza) = 1 pizza

60 € - 44 € = 16 € → Prix d'une pizza : 16 €

b. Déduction du prix du burger à partir de la facture de la famille 2 :
1 burger + 1 pizza = 34 € donc 1 burger = 34 € - 16 € = 18 €

c. Validation avec la facture n°4

- **Même raisonnement en comparant les commandes des familles 2 et 4 :** on trouve le prix du plat de pâtes.
- Dernière procédure possible mais moins fréquente : **doubler la commande de la famille 4 pour retrouver la commande de la famille 3** et ainsi trouver le prix d'un burger :



1 burger + 1 pâte+ 1 pizza = 48 € → 2 burgers + 2 pâtes + 2 pizzas = 2 x 48 € = 96 €
(2 burgers + 2 pâtes + 2 pizzas) – (2 pâtes + 2 pizzas) = 2 burgers
→ 96 € - 60 € = 36 € donc 1 burger = 36 € ÷ 2 = 18 €

Niveau 2 :

✓ **Tâtonnement**

- **Par estimation d'un prix moyen puis ajustement** : prix équivalents pour ces desserts

a. A partir de la facture de la famille 1 : 2 tartes + 1 glace = 18,25 € → Environ 6€ par dessert

b. Essais, ajustements : vérification des hypothèses avec la facture de la famille 3

Hypothèses à partir de la facture de la famille 1	Prix d'une tarte	Prix d'une glace	Vérification avec la facture de la famille 3 2 tartes + 2 glaces = 25,50 €	Montant de la facture 3 atteint
2 x tartes + 1 x glace = 18,25 €	6 €	6,25 €	2 x 6 € + 2 x 6,25 € = 24,50€	x Non
	6,50 €	5,25 €	2 x 6,50 € + 2 x 5,25 € = 23,50 €	x Non
	5 €	8,25 €	2 x 5 € + 2 x 8,25 € = 26,50 €	x Non
	5,50 €	**7,25 €**	**2 x 5,50 € + 2 x 7,25 € = 25,50 €**	✓ **Oui**

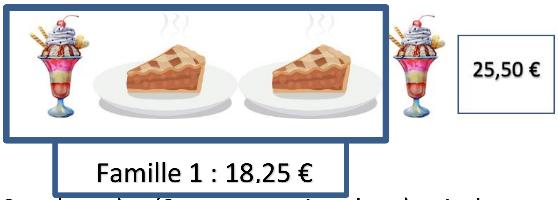
c. Déduction du prix du donut à partir de la facture de la famille 2 :
1 donut + 1 glace = 11,50 € donc 1 donut = 11,50 € - 7,25 € = 4,25 €

d. Validation avec la facture n°4

✓ **Déduction en combinant les commandes**

- **En comparant les commandes des familles 1 et 3**, on constate que le famille 3 a commandé la même chose que la famille 1 avec une glace en plus. On peut donc trouver le prix d'une glace en soustrayant les 2 montants :

a. Famille 3 :



(2 x tartes + 2 x glaces) – (2 x tartes + 1 x glace) = 1 glace

25,50 € - 18,25 € = 7,25 € → Prix d'une glace : 7,25 €

b. Déduction du prix du donut à partir de la facture de la famille 2 :
1 donut + 1 glace = 11,50 € donc 1 donut = 11,50 € - 7,25 € = 4,25 €

c. Validation avec la facture n°4

- **Même raisonnement en comparant les commandes des familles 2 et 4 :** on trouve le prix d'une tarte.
- Dernière procédure possible mais moins fréquente : **doubler la commande de la famille 4 pour retrouver la commande de la famille 3** et ainsi trouver le prix d'un donut :

Famille 4

Famille 4

1 donut + 1 tarte + 1 glace = 17 €→ 2 donuts + 2 tartes + 2 glaces = 17 € x 2 = 34 €
(2 donuts + 2 tartes + 2 glaces) – (2 tartes + 2 glaces) = 2 donuts
→ 34 € - 25,50 € = 8,50 € donc 1 donut = 8,50 € ÷ 2 = 4,25 €

Difficultés attendues :

Pour la procédure par tâtonnement :

✓ Raisonner sur les 3 inconnues en même temps et ne pas réussir à valider les hypothèses à partir des autres factures.

✓ Recommencer avec d'autres valeurs – reprendre le raisonnement en modifiant toutes les données à nouveau.

- ✓ Organiser le raisonnement : garder une trace des essais et ne pas mélanger les valeurs trouvées.
- ✓ Accepter de changer de stratégie en cours de résolution lorsque la première ne permet pas d'aboutir.
- ✓ Persévérer.

Pour la procédure de déduction en combinant les commandes :

- ✓ Raisonner facture par facture sans effectuer les liens entre les factures.

Niveau 2 :

- ✓ Calculer avec des nombres décimaux.

Aides à proposer :

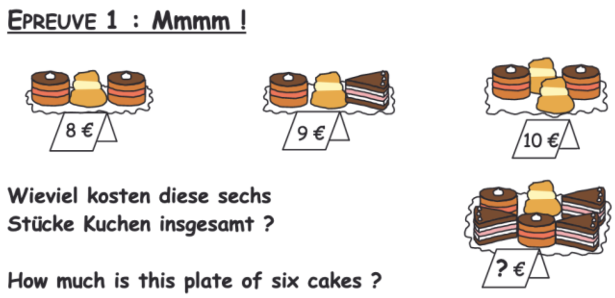
- Pour faciliter les recherches, possibilité de donner plusieurs copies du schéma de l'énoncé et/ou d'utiliser une pochette plastifiée avec un feutre effaçable pour écrire directement sur le schéma (point de vigilance : on ne garde pas de trace des différents essais).
- Utilisation de la calculatrice pour alléger les calculs ou les vérifier.
- Encourager à garder des traces des recherches sans influencer l'organisation.

Prolongement éventuel :

Proposer d'autres problèmes de déduction :

- ***Mathématiques sans frontières junior : Épreuves d'Entrainement 2005 Épreuve 1 : Mmmm !***

http://maths-msf.site.ac-strasbourg.fr/spip/spip.php?article29



- ***Rallye mathématique Transalpin : 26è RMT – janvier 2018 Exercice 4 : Modèles réduits***

https://maths-rhone.enseigne.ac-lyon.fr/spip/IMG/pdf/26.i_eleve.pdf?864/014cdf78e9444cce6c886b8a3448e86dcbda821c

4. MODÈLES RÉDUITS (Cat. 3, 4, 5)

Un magasin de jouets vend des modèles réduits de camions, de voitures et de bicyclettes.
Les camions coûtent tous le même prix.
Les voitures coûtent toutes le même prix.
Les bicyclettes coûtent toutes le même prix.

- Alex a payé 19 euros pour deux camions et une voiture.
- Bernard a payé 17 euros pour un camion et deux voitures.
- Carla a payé 13 euros pour deux bicyclettes et une voiture.
- Dora s'achète un camion, une bicyclette et une voiture.

Combien Dora paye-t-elle ?

Montrez comment vous avez trouvé votre réponse.

Solutions au défi :

Niveau 1 :	**Niveau 2 :**
✓ Plat de pâtes : 14€	✓ Donut : 4,25 €
✓ Pizza : 16€	✓ Tarte : 5,50 €
✓ Burger : 18€	✓ Glace : 7,25 €
→ **Réponse à entrer sur le site : 14**	→ **Réponse à entrer sur le site : 4,25**

Matériel :

- ✓ Possibilité d'utiliser la calculatrice pour effectuer les calculs ou les vérifier.
- ✓ Pochette plastifiée + feutre effaçable
- ✓ Plusieurs copies du schéma de l'énoncé comme aide éventuelle

Jour 3-Défi « La carte au trésor »

Source :
Défi extrait de Mathématiques sans Frontières Junior, finale 2022
http://maths-msf.site.ac-strasbourg.fr/MSF_junior/Epreuves/MSFJU_22_Epr_fin.pdf

Référence au programme :

Grandeurs et mesures :

- ✓ Comparaison directe de longueurs

Espace et géométrie :

- ✓ Elaboration de représentations matérialisés (plans)

Compétences mobilisées :

- ✓ **Chercher** :
  - S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en mobilisant des connaissances mathématiques, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle.
  - Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.
- ✓ **Raisonner** :
  - Résoudre un problème nécessitant l'organisation de données/tâches multiples et la construction d'une démarche combinant des étapes de raisonnement.
  - Justifier ses choix, ses affirmations et rechercher la validité des actions menées pour résoudre le problème.
- ✓ **Communiquer** : Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

Proposition de démarche :

- ✓ Pour résoudre ce défi, les élèves devront comprendre le découpage de l'île en pièces : quand la surface de l'île a été coupée, la coupure de sa surface est droite et nette. Cette coupure a pour mesure, en fonction des pièces, une longueur d'une ou deux unités carreaux. Cette coupure est apparente sur les bords des pièces.
- ✓ Ils devront opérer des déductions ainsi que des essais/erreurs (cf. procédures observables) afin de faire coïncider deux bords.
- ✓ Les élèves devront comprendre qu'il faut obtenir une île « fermée » (aux contours arrondis).

Lors de ce défi, les élèves devront être capables de faire des essais et pour qu'ils soient opérants, il leur faudra :

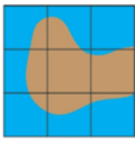
- s'organiser pour ne pas essayer plusieurs fois les mêmes juxtapositions ;
- inhiber ses premiers essais pour en proposer de nouveaux.

Pour la mise en œuvre, nous pouvons proposer :

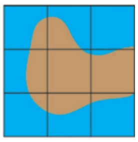
- ✓ un temps de vérification de la compréhension de la consigne ;
- ✓ un temps travail individuel ou en binôme ;
- ✓ un temps de mise en commun pour comparer les réponses obtenues.

Procédures observables :

- ✓ Procéder par essais/erreurs en essayant différentes juxtapositions.
- ✓ Raisonner sur la forme des pièces pour prévoir leur place ou pour éliminer une configuration.
  Exemple : la forme de cette pièce semble indiquer qu'elle se placera à une extrémité de l'île.



- ✓ Raisonner sur les longueurs et emplacement des coupures.
  Exemple pour le niveau 2 : seules ces deux pièces ont une coupure de l'île placée au centre des bords.

- ✓ **Au niveau 2** : la contrainte de placer les pièces en carré « 3x3 » permettra d'éliminer un certain nombre d'essais (par exemple, dès que la juxtaposition pour fermer l'île demande plus de 3 pièces alignées).

Difficultés attendues :

- ✓ Difficulté liée à la compréhension de l'énoncé.
- ✓ Difficulté à s'organiser et à trouver des juxtapositions respectant les consignes.

Aides à proposer :

Niveau 1 et niveau 2 :

- ✓ Clarifier l'énoncé
- ✓ Faire le lien avec le vécu des élèves en géographie : observer des représentations d'îles.
- ✓ Donner un exemple de juxtaposition correcte et un exemple de juxtaposition incorrecte.

Niveau 2 :

- ✓ Proposer aux élèves de réaliser en premier lieu le défi niveau 1 (pas de contrainte concernant le nombre de pièces, ni la forme de l'île).
- ✓ Proposer aux élèves un cadre vierge pour leur recherche (carré de 3x3) afin de les aider à s'organiser.

Prolongement éventuel :

Une épreuve de Mathématiques sans Frontières junior propose de trouver plusieurs configurations en utilisant une même pièce : http://maths-msf.site.ac-strasbourg.fr/spip/spip.php?article219

Circuit automobile

Circuit automobile

Pour construire un circuit automobile, Tomi possède 16 tapis carrés identiques sur lesquels un morceau de route est imprimé *(voir pièces sur l'annexe 1)*.

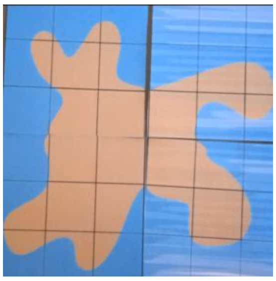
Il les pose côté contre côté. Il peut construire 3 circuits fermés : un avec 4 tapis, un avec 12 tapis, un avec 16 tapis.

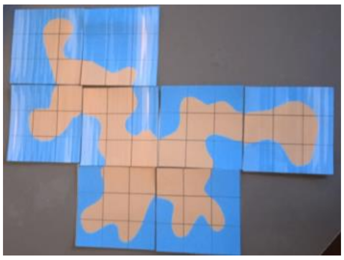
Colle ces trois circuits.

Solutions au défi :

Niveau 1 :

Aucune contrainte n'étant donnée, ni concernant la forme finale de l'île, ni concernant le nombre de pièces à utiliser, plusieurs solutions pourront être trouvées par les élèves.
En voici quelques-unes, toutes acceptables :





Le défi est considéré comme réussi dès lors qu'au moins une solution est proposée (même si différente des exemples donnés ci-dessus) :

→ **Réponse à entrer sur le site : oui**

Niveau 2 :

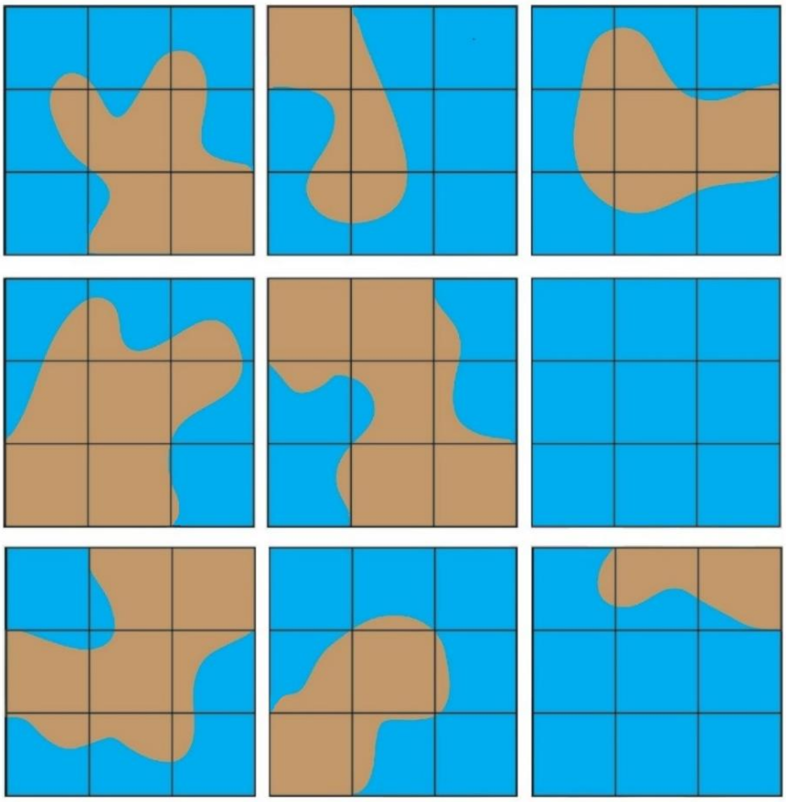
Avec les contraintes données (île carrée, utilisation de toutes les pièces), voici deux solutions possibles :

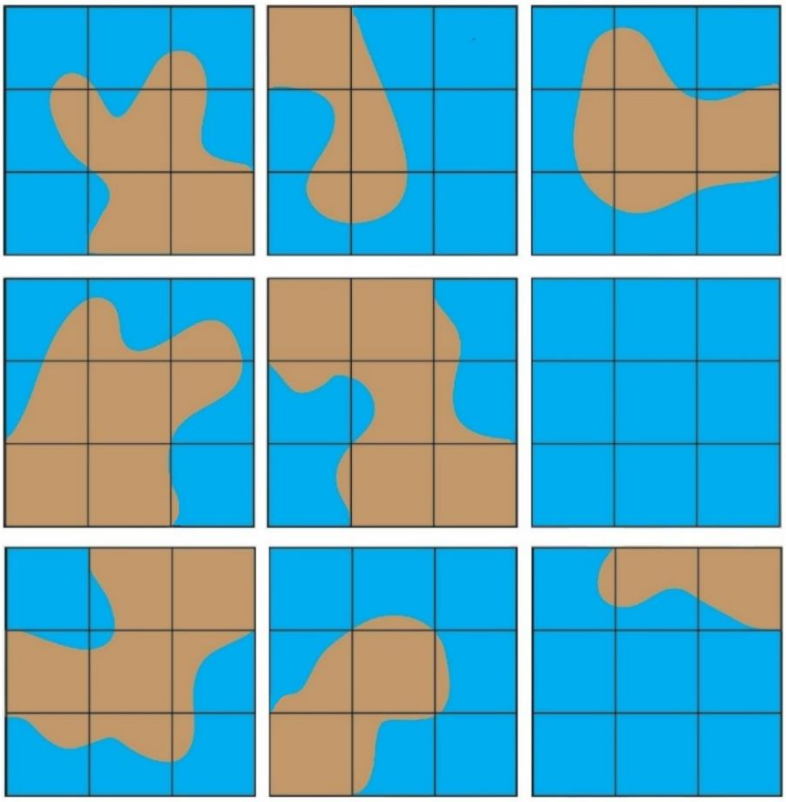
Le défi est considéré comme réussi dès lors qu'au moins une solution est proposée :

→ **Réponse à entrer sur le site : oui**

Matériel

2 jeux de pièces à découper (à agrandir si besoin)





Jour 4- Défi « Le château de cartes »

Référence au programme :

Tout comme dans un problème de type pattern, les élèves sont amenés à chercher, identifier une structure en repérant une régularité dans le motif proposé.
Les élèves devront pouvoir communiquer leur raisonnement afin d'expliciter leur réponse en utilisant soit un langage verbal, soit un langage symbolique.

Compétences mobilisées :

- ✓ **Chercher** : Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution du problème. S'engager dans une démarche, observer, émettre des hypothèses.
- ✓ **Modéliser** : Utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne
- ✓ **Représenter** : Utiliser des outils pour représenter un problème : dessins, schémas, diagrammes, graphiques,
- ✓ **Raisonner** : Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples.
- ✓ **Calculer** : Contrôler la vraisemblance de ses résultats.
- ✓ **Communiquer** : Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

Proposition de démarche :

Niveau 1 :
Sur le dessin proposé, les élèves seront amenés à constater qu'il y a :
- 3 cartes pour l'étage supérieur
- 6 cartes pour l'étage central
- 9 cartes pour l'étage inférieur.

Le choix a été fait de demander « combien de cartes Inès doit-elle **rajouter** pour obtenir un château à 5 étages », dans le but d'inciter les élèves à entrer dans une démarche d'analyse de la construction.

Les élèves pourront, soit en dessinant les rangées inférieures, soit en repérant la régularité liée au nombre de cartes rajoutées (chaque rangée inférieure comporte 3 cartes de plus que la rangée supérieure), conclure qu'il faudra 12 cartes si on rajoute une rangée et encore 15 cartes de plus si on rajoute une rangée supplémentaire. **Inès devra donc rajouter 27 cartes pour obtenir un château à 5 étages.**

Niveau 2 :
Les élèves pourront utiliser la démarche suivante :

Numéro de l'étage *(en considérant l'étage supérieur comme le N°1)*	Nombres de cartes utilisées pour réaliser cet étage	Nombre total de cartes utilisées pour réaliser le château
1	3	3
2	6	9
3	9	18

4	12	30
5	15	45
6	18	63
7	21	84
8	24	108

Avec 100 cartes, Inès pourra réaliser un château à 7 étages.
Il lui en restera 16, qu'elle ne pourra pas utiliser.

Pour la mise en œuvre de ce problème, nous pouvons proposer :
- un temps individuel de prise de connaissance du problème ;
- un temps de vérification de la compréhension de la consigne ;
- un temps de travail individuel, éventuellement poursuivi en groupe ;
- un temps de mise en commun et d'échanges de procédures ;
- un bilan de l'activité.

Lors de la correction, une attention particulière sera portée à la verbalisation des procédures de résolution.

Procédures observables :

Niveau 1 :
- Dessiner les 2 rangées inférieures supplémentaires (permettant d'obtenir les 5 étages) et dénombrer les cartes nécessaires ;
- Raisonner sur le nombre de cartes à chaque rangée inférieure ajoutée (3 de plus qu'à la rangée supérieure) ;
- Faire le lien entre le numéro de l'étage et le nombre de cartes nécessaires pour cet étage : 3 x le numéro de l'étage.

Niveau 2 :
- Dessiner des rangées inférieures supplémentaires du château : à chaque rangée ajoutée, calculer le nombre de cartes nécessaires en tout et comparer le résultat à 100.
- Raisonner sur le nombre de cartes à chaque rangée inférieure ajoutée (3 de plus qu'à la rangée supérieure) ; additionner les nombres obtenus et comparer le résultat à 100.
- Faire le lien entre le numéro de l'étage (en considérant l'étage supérieur comme étant le N°1) et le nombre de carte nécessaires pour cet étage : 3 x le numéro de l'étage ; additionner les nombres obtenus et comparer le résultat à 100.

Pour les niveaux 1 et 2, il est attendu que les élèves soient en mesure de verbaliser, d'expliquer leur raisonnement soit en utilisant le langage naturel, soit en s'appuyant sur un schéma.

Difficultés attendues :

Il est possible que certains élèves expriment la grande difficulté, voire l'impossibilité de construire réellement des châteaux de cartes d'une telle hauteur. On pourra alors revenir sur la notion de modélisation en mathématiques et montrer la limite du lien entre « monde réel » et « monde mathématique ». Ici, il ne s'agit pas de construire effectivement ce château, mais de modéliser sa construction.

La compréhension du motif peut poser difficulté : les élèves pourront avoir du mal à un extraire le schéma élémentaire de cette construction.
Par exemple, ils pourraient penser que l'étage central est composé de 3 triangles équilatéraux, et en déduire qu'il faut utiliser ou 9 cartes (3 par triangles équilatéraux) ou 7 cartes pour cet étage (3 pour les triangles équilatéraux aux « extrémités » plus une carte pour « fermer » le dernier triangle). Pour éviter cette difficulté, l'enseignant pourra avoir construit un château de cartes de 2 ou 3 étages (voir proposition de matériel).

Niveau 1 :
Les élèves devront être vigilants à la consigne et au sens du terme « rajouter ».
Ils pourraient être tentés de répondre qu'il faut 15 cartes à l'étage 5, en oubliant de rajouter les cartes nécessaires pour construire l'étape 4.

Niveau 2 :
Les élèves devront comprendre qu'il restera des cartes non utilisées : il n'est pas possible dans cette situation, de construire une rangée inférieure (qui ne serait pas complète).
Le fait que le nombre de cartes utilisées soit maximal pourra poser des difficultés à certains élèves, qui pourraient être tentés de s'arrêter une (ou plusieurs) rangées trop tôt.

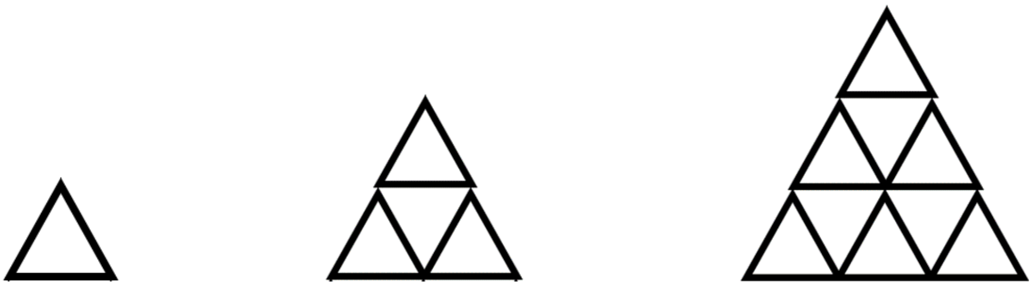
Aides à proposer :
Proposer aux élèves de dessiner les rangées inférieures supplémentaires.

Niveau 1 :
Expliciter la consigne, notamment le terme « rajouter » utilisé dans son contexte.

Niveau 2 :
Utiliser un tableau pour organiser les données est une stratégie de résolution à développer chez les élèves.
Questionner les élèves sur le nombre de cartes restantes : pourrait-il permettre la construction d'une rangée inférieure supplémentaire ?
Pour les élèves qui proposeraient comme réponse 7 étages et 16 cartes pour le 8ème étage, l'enseignant pourra leur proposer de dessiner le château ainsi obtenu.

Prolongement éventuel :
Demander le nombre de cartes à un niveau d'étage plus élevé force les élèves à entrer dans une démarche d'analyse du motif, car dessiner devient alors trop coûteux.

Le même problème aurait pu être proposé sous la forme d'un pattern :



Château à 1 étage — *Château à 2 étages* — *Château à 3 étages*

<table>
<tr><td colspan="2">Pour l’analyse de l’exercice proposé sous cette forme, nous renvoyons alors vers le document pédagogique du défi 1 de l’année 2022 : http://www.pedagogie67-1d.site.ac-strasbourg.fr/maths/?page_id=627</td></tr>
<tr><td colspan="2">Solutions au défi :</td></tr>
<tr><td>Niveau 1 :
Inès devra rajouter 27 cartes pour construire un château à 5 étages.

→ Réponse à entrer sur le site : 27</td><td>Niveau 2 :
Inès pourra construire un château à 7 étages.

→ Réponse à entrer sur le site : 7</td></tr>
<tr><td colspan="2">Matériel :
- Papier, crayon

<u>Remarque</u> : proposer des cartes à jouer pour construire le château de cartes pourrait ici être contre - productif : en effet, il est bien compliqué de réaliser concrètement cette construction. Cette « aide » pourrait ainsi se transformer en puissant distracteur face au problème à résoudre.
Eventuellement, l’enseignant pourra reproduire avec des cartes le château modèle afin d’aider les élèves à faire le lien entre le monde réel et la modélisation mathématique (les cartes pourront être fixées avec de la pâte à fixer pour contourner les problèmes d’équilibre que pose une telle construction).</td></tr>
</table>